

Aufgaben vom 10. bis 24. Mai 2012

1. Ungerade Polynome

Ein Polynom f in x heißt *ungerade*, wenn nur ungerade Potenzen von x vorkommen, d. h. f ist von der Form

$$f(x) = a_1x + a_3x^3 + a_5x^5 + \dots$$

Sei f ein ungerades Polynom, welches bei Division durch $x - 3$ den Rest 6 lässt. Welchen Rest lässt es bei Division durch $x^2 - 9$?

2. Polynom gesucht

Finde jeweils ein Polynom, das die Nullstelle

(a) $2 + \sqrt{5}$

(b) $\sqrt{2} + \sqrt{5}$

(c) $2 + \sqrt{5}$ und $\sqrt{2} + \sqrt{5}$

besitzt.

3. Blick Richtung Zahlentheorie

Es seien a, b reelle Zahlen, so dass das Polynom $x^2 + ax + b + 1$ zwei positive ganzzahlige Nullstellen besitzt. Beweise, dass $a^2 + b^2$ keine Primzahl ist.

4. Logelei

Eleonore spricht gerne viel und macht sich auch viele Gedanken zum Verhältnis der Alter verschiedener Leute mit denen sie zu tun hat.

Heute sitzt sie mit Hubert und Frederik im Café und wendet sich soeben an Frederik: „Wenn du so alt sein wirst, wie ich jetzt bin, werde ich viermal so alt sein, wie du warst, als ich so alt war, wie du jetzt bist.“

Und sie fährt, an Hubert gewandt, fort: „Wenn ich so alt sein werde, wie du jetzt bist, wirst du dreimal so alt sein, wie ich jetzt bin.“

Dann strahlt sie in die Runde und verkündet: „Und das Beste ist: Zusammen sind wir 77 Jahre alt!“

Wie alt sind die drei?