

## Aufgaben vom 26. Januar bis 9. Februar 2012

### 1. Entdeckungen im Pascalschen Dreieck

- (a) Begründe, warum sich im Pascalschen Dreieck untereinander stehende Zahlen der 2. Reihe (also  $k = 2$ ) stets zu einer Quadratzahl addieren.
- (b) Begründe, dass für jede Primzahl  $p$  gilt: Bis auf die erste und die letzte sind alle Zahlen in der  $p$ -ten Zeile durch  $p$  teilbar.

### 2. Passende Teilmengen

Aus einer gegebenen Menge  $M$  mit  $m$  Elementen, werden zufällig zwei verschiedene Teilmengen  $A$  und  $B$  ausgewählt.

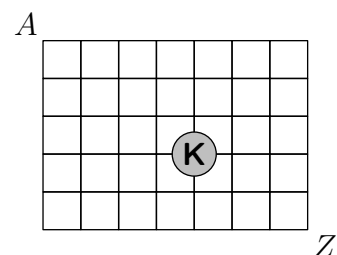
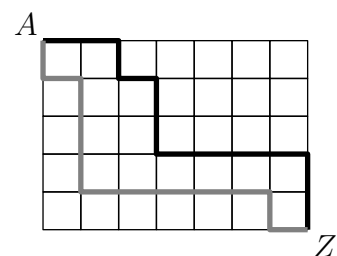
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die zufällig ausgewählten Teilmengen  $A$  und  $B$  *keine* gemeinsamen Elemente enthalten (also  $A \cap B = \emptyset$ ) und beide zusammen *alle* Elemente aus  $M$  enthalten (also  $A \cup B = M$ )?

### 3. Wege im Gitter

Eine Maus läuft entlang der Linien des abgebildeten Gitters. An jeder Kreuzung läuft Sie entweder nach rechts oder nach unten. Zwei Beispielwege sind eingezeichnet. Der erste Weg ist RRURUURRRRUU, der zweite URUURRRRRUR, wobei R für „rechts“ und U für „unten“ steht.

Wie viele mögliche Wege gibt es für die Maus von  $A$  nach  $Z$ ?

An einer Kreuzung sitzt nun eine hungrige Katze (**K**), welche die Maus verspeist, sobald sie dort vorbeikommt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Maus bei zufälliger Wahl ihres Weges, lebend im Punkt  $Z$  ankommt?



### 4. Impossible equation

Prove that there is no real number  $x$  which satisfies

$$x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 6x + 2 = 0$$

**Schöne Winterferien!**