MSG 2011/2012 — Zirkel 9b
Alexander Unger

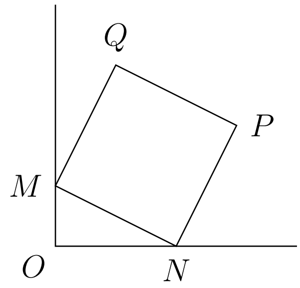
Aufgaben vom 1. bis 8. Dezember 2011

1. **Eine einfache Olympiadeaufgabe**

   Es sei $\overline{AB}$ Durchmesser eines Kreises mit Mittelpunkt M und Radius r. Ferner sei P ein Punkt auf dem Bogen $\widehat{BA}$ verschieden von A und B und Q der Mittelpunkt des Kreisbogens $\widehat{PA}$. Die zu PQ parallele Gerade durch M schneide die Gerade BP in R. Zeige, dass $\overline{PR} = r$ gilt.

2. **Quadratspielerei**

   Gegeben ist ein rechter Winkel mit Scheitelpunkt O. Der Punkt M liegt auf einem Schenkel des rechten Winkels, der Punkt N auf dem anderen Schenkel (siehe Bild). Zwei Punkte P und Q liegen so, dass $MNPQ$ ein Quadrat ist und O und P auf verschiedenen Seiten der Geraden MN liegen.

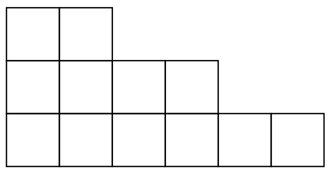
   

   Finde den geometrischen Ort des Mittelpunktes des Quadrats $MNPQ$, wenn man die beiden Punkte M und N frei auf den Schenkeln des Winkels bewegt.

   Hinweis: Stelle zuerst eine Vermutung über die gesuchte Menge auf. Dazu kann mit Geogebra oder einem anderen Programm experimentiert werden oder mit mehreren möglichst genau skizzierten Quadraten. Zu zeigen ist, dass jeder solche Mittelpunkt stets in der vermuteten Menge liegt. Um sicher zu gehen, dass es wirklich genau diese Menge ist, muss außerdem gezeigt werden, dass jeder Punkt dieser Menge als Mittelpunkt eines solchen Quadrats vorkommt.

   Und nun noch ein Tipp: Der Mittelpunkt bildet mit drei anderen geeigneten Punkten ein Sehnenviereck, das genutzt werden kann. Und dann ist ein weiterer bekannter Satz hilfreich...

3. **Building rectangles**

   Four copies of the polygon shown are fitted together (without gaps or overlaps) to form a rectangle.

   Find all rectangles that are possible.