

### Aufgaben vom 26. April bis 3. Mai 2012

#### 1. Polynom gesucht!

Gibt es ein Polynom  $p(x)$  (ungleich dem Nullpolynom) mit folgenden Eigenschaften:

- (a) alle Koeffizienten von  $p(x)$  sind ganze Zahlen und der höchste Koeffizient ist 1, d. h.  $p(x)$  hat die Form  $p(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$  mit  $a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbb{Z}$ ,
- (b)  $p(x)$  hat die Nullstelle  $\frac{3}{4}$ , d. h.  $p\left(\frac{3}{4}\right) = 0$

Wenn ja, gib ein solches Polynom an, wenn nein, begründe, warum es ein solches Polynom nicht geben kann.

#### 2. Bruch oder nicht Bruch, das ist hier die Frage

Finde alle  $x \in \mathbb{Z}$ , für die  $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 4x + 4}$  eine ganze Zahl ist.

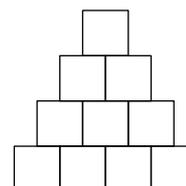
#### 3. Knappe Information

- (a) Ein Polynom  $f(x)$  lässt bei Division durch  $(x - 1)^2$  den Rest  $8x - 5$ . Welchen Rest lässt  $f(x)$  bei Division durch  $x - 1$ ?
- (b) Ein Polynom  $f(x)$  lässt bei Division durch  $(x - 1)^4$  den Rest  $ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Welchen Rest lässt  $f(x)$  bei Division durch  $(x - 1)^2$ ?

#### 4. Puzzle

Numbers are placed in the blocks shown on the right according to the following rules:

- (a) For two adjacent blocks in the bottom row, the number in the block to the right is twice the number in the block to the left.
- (b) The number in any block above the bottom row is always the sum of the numbers in the two adjacent blocks immediately below it.



What is the smallest positive integer that can be placed in the figure so that the sum of all ten numbers is a cube?