Aufgaben-Blatt 8

vom 22. bis 29. November 2012

1. **Fußpunktdreiecke**

   In einem Dreieck ABC seien P, Q, R die drei Schnittpunkte der Dreiecksseiten mit

   (a) den Mittelsenkrechten

   (b) den Winkelhalbierenden

   (c) den Seitenhalbierenden

   (d) den Höhen

   des Dreiecks. Untersuche, welche Bedeutung die jeweiligen Linien a) bis d) im zugehörigen Dreieck PQR haben. Beweise deine Vermutung.

2. **Gartengeometrie**

   Geometer Peter hat einen Schrebergarten in der Form eines gleichseitigen Dreiecks. Die Gartenfläche ist durch Sträucher begrenzt, an einer Seite wachsen Himbeeren, an der zweiten Brombeeren und an der dritten Johannisbeeren. An einem sonnigen Sommernachmittag pflegt Peter im Garten in seinem Liegestuhl zu liegen und zu faulenzen. Zwischendurch will er sich einmal (aber wirklich nur einmal, da ist er exakt) ein paar Himbeeren holen und diese im Liegestuhl essen, dann genau einmal ein paar Brombeeren und später noch ein paar Johannisbeeren. Als Geometer ist es Peter natürlich wichtig, keine Wege zu verschwenden, d. h., zum Holen der Beeren möchte er insgesamt einen möglichst kurzen Weg zurücklegen. Er überlegt sich also vorher, wo er seinen Liegestuhl aufstellen muss.

   Wer kann helfen? Wo muss Peter seinen Liegestuhl aufstellen, damit seine Wandertour möglichst kurz wird?

3. **Extended Sine Theorem**

   Prove that for each triangle with side lengths a, b, c and inner angles α, β, γ, where as usual α is opposite a, β is opposite b and γ is opposite c,

   $$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R\,,$$

   where R is the radius of the circumcircle.

   (Remark: This means that the quotient of a side length and the sine of the opposite angle is constant and this constant is twice the radius of the circumcircle.)

4. **Zusatzaufgabe**

   In einem Dreieck ABC sein I der Inkreismittelpunkt, $\alpha = 50°$ und $\overline{CA} + \overline{AI} = \overline{CB}$. Finde β und γ.