Aufgaben-Blatt 1

vom 4. bis 18. September 2014

1. **Zum 2-dimensionalen Conway's Soldiers**

   Im Beweis zum 2-dimensionalen Conway's Soldiers haben wir als Bewertungsfaktor das Reziproke des goldenen Schnitts verwendet.

   Kann man auch andere Zahlen anstelle dieser Zahl verwenden, sodass der Beweis immer noch funktioniert? Wenn ja, welche, wenn nein, warum nicht?

2. **3-dimensionales Conway's Soldiers**

   Stellt euch dieselbe Spielsituation im 3-dimensionalen Raum vor. Zur Beschreibung nutzen wir ein dreidimensionales Koordinaensystem. Also: Der Halbraum oberhalb der x-y-Ebene ist leer, darunter (einschließlich der x-y-Ebene) befindet sich auf jedem Punkt mit ganzzahligen Koordinaten (x, y, z) (also denen mit $z \leq 0$) ein Spielstein. In einem Zug darf ein Spielstein nach wie vor ausschließlich parallel zu den Koordinatenachsen einen benachbarten Stein überspringen. Übersprungene Steine werden aus dem Spiel genommen.

   Wie weit kann man mit den Spielsteinen in den leeren Halbraum höchstens eindringen?

3. **In English please: Tiling a kitchen floor**

   A rectangular kitchen floor is tiled with congruent 2×2 and 4×1 tiles. When a heavy jug fell down from the table one of these tiles broke. There is one unused tile, but unfortunately, it is from the other type. Is it (theoretically) possible to change the tiling of the floor such that it can be re-tiled completely and without any gaps?

4. **Zusatzaufgabe: n-dimensionales Conway's Soldiers**

   Mit dem Modell aus der zweiten Aufgabe lässt sich Conway's Soldiers auch für den n-dimensionalen Raum verallgemeinern, allerdings ist jetzt ein wenig mehr Abstraktion nötig, da sich nur schlecht Bilder zeichnen lassen. Das Problem spielt sich im $\mathbb{R}^n$ ab, also der Menge aller Punkte $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ mit n reellen Koordinaten. Der Halbraum oberhalb der x_1-x_2-…-x_{n-1}-Hyperebene ist leer, während sich darunter auf jedem Punkt mit ganzzahligen Koordinaten $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ (also auf allen Punkten mit $x_n \leq 0$) ein Spielstein befindet. In einem Zug darf ein Spielstein nach wie vor ausschließlich parallel zu den Koordinatenachsen einen benachbarten Stein überspringen. Übersprungene Steine werden aus dem Spiel genommen.

   Finde eine obere Schranke in Abhängigkeit von n für die Tiefe, wie weit man mit den Spielsteinen in den leeren Halbraum höchstens eindringen kann.