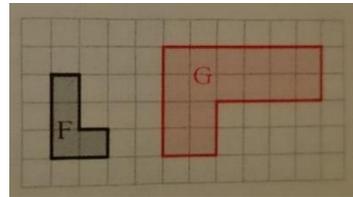


Aufgaben zu Ähnlichkeitsabbildungen (mit Lösungen)

Aufgabe 1

Kannst du eine Abbildung finden,
welche die Figur F auf die Figur G abbildet?
[aus Mathematik heute 9, S. 148 Aufg. 2]



Lösung:

Die Figur F wird an der unteren linken Ecke zentrisch gestreckt mit dem Streckfaktor $k=2$. Anschließend wird die Figur F' an der untersten linken Ecke von G um 270° gedreht.

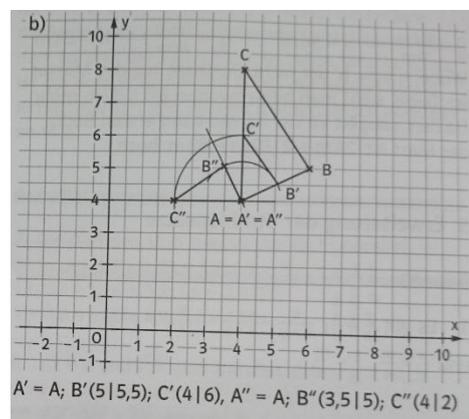
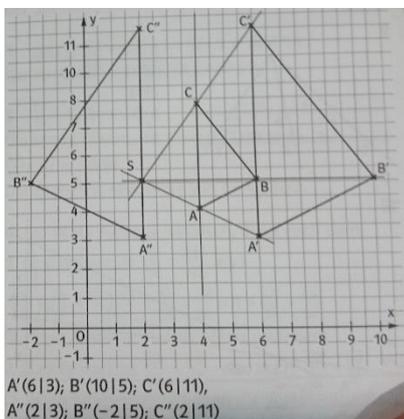
Aufgabe 2

Zeichne das Dreieck ABC mit $A(4|4)$; $B(6|5)$ und $C(4|8)$ in ein Koordinatensystem. Bilde das Dreieck ABC durch folgende Ähnlichkeitsabbildung ab.

- zentrische Streckung mit $S(2|5)$ und $k = 2$, Spiegelung an der Geraden durch A und C
 - zentrische Streckung mit Streckzentrum A und $k = \frac{1}{2}$, Drehung um A um 90°
 - Wie verhalten sich die Flächeninhalte der Bildfiguren aus a) und b) zueinander?
 - Welche Ähnlichkeitsabbildung bildet die Bildfigur aus b) direkt auf die aus a) ab?
- [aus Lambacher Schweizer 9, S. 85 Aufg. 3]

Lösung:

a)+b)



c) Das Bilddreieck $A''B''C''$ von a) hat verglichen mit dem Ausgangsdreieck ABC den vierfachen Flächeninhalt. Der Flächeninhalt des Bilddreiecks $A''B''C''$ von b) beträgt ein Viertel des Flächeninhaltes des Ausgangsdreiecks ABC.

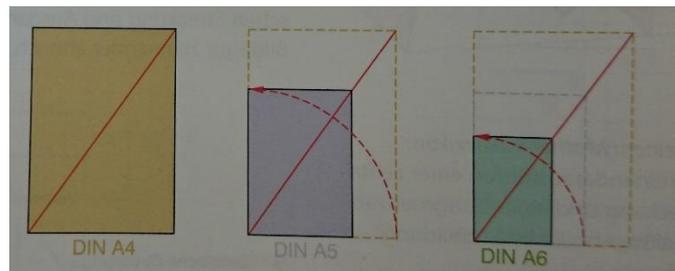
Damit hat das Bilddreieck $A''B''C''$ von a) den 16-fachen Flächeninhalt vom Bilddreieck $A''B''C''$ von b).

d) Hier sind mehrere Lösungen möglich, z. B. eine Drehung um A um 270° , anschließend eine Spiegelung an der Geraden g mit $g: x=3$ und eine zentrische Streckung mit Streckzentrum $S(2|3)$ und Streckfaktor $k=4$.



Aufgabe 3

In der Bildsequenz ist eine Methode zur Konstruktion von DIN-Formaten dargestellt.



- a) Führe die Konstruktion selbst auf einem DIN A4-Blatt aus. Beschreibe die Konstruktionsschritte (mündlich). Konstruiere in einem weiteren Schritt ein DIN A7-Rechteck.
- b) Begründe, dass bei dieser Konstruktion die DIN A5- und DIN A6-Rechtecke durch zentrische Streckung aus dem DIN A4-Rechteck entstehen. Bestimme das Streckzentrum und die jeweiligen Streckfaktoren.

[aus Neue Wege 9, S. 68 Aufg. 15]

Lösung:

a)-

b) Durch die Konstruktion sind die Bedingungen der zentrischen Streckung erfüllt: Die Winkelgrößen bleiben erhalten, Ausgangs- und Bildstrecken sind jeweils parallel zueinander, die Längen der Ausgangs- und der Bildstrecke stehen jeweils im gleichen Verhältnis zueinander. Streckzentrum ist die untere linke Blattecke, von der die Diagonale ausgeht.

Beim DIN A-Format verhalten sich die Seiten wie $\sqrt{2} : 1$. Der Streckfaktor ist also $k = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

**Aufgabe 4**

Begründe oder widerlege die folgenden Aussagen:

- a) Zwei kongruente Figuren sind stets ähnlich.
- b) Jede Ähnlichkeitsabbildung ist eine Kongruenzabbildung.
- c) Durch Ähnlichkeitsabbildungen werden die Seitenlängen einer Figur immer verändert.

[aus Lambacher Schweizer 9 S. 85 Aufg. 5]

Lösung:

a) Diese Aussage ist wahr.

Kongruente Figuren haben gleiche Seitenlängen und gleich große Winkel; demnach sind die Längenverhältnisse einander entsprechender Seiten und die Winkel in Figur und Bildfigur gleich groß. Daher lassen sich kongruente Figuren durch Drehen und Verschieben auf einander abbilden, sie sind also stets ähnlich.

b) Diese Aussage ist falsch.

Eine zentrische Streckung etwa mit einem Streckfaktor $k=2$ verdoppelt die Seitenlängen einer Figur; Bild und Ausgangsfigur sind also nicht mehr deckungsgleich, da die Seiten nicht mehr gleich lang sind.

c) Diese Aussage ist falsch.

Bei einer zentrischen Streckung mit Streckfaktor $k=1$ oder einer Drehung werden die Seitenlängen nicht verändert.