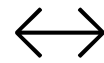




„Euklidische“



abbildungsgeometrische Herangehensweisen an
die Geometrie

Seminareinheit im Seminar „Ausgewählte Kapitel der
Mathematik“

Leitung: Prof. Andreas Filler

Studenten: Elisa Kagelmaker und Jan Wieland

Gliederung

- Aufbau der Geometrie
- Unterschiede zwischen Euklidischer und abbildungsgeometrischer Geometrie
- Einige Aufgaben

Grundbegriffe

- Was ist ein Punkt?
- Beispiel: Punkt und Gerade gelten als gottgegeben und werden nicht definiert.
- Solche Objekte sind Grundbegriffe.

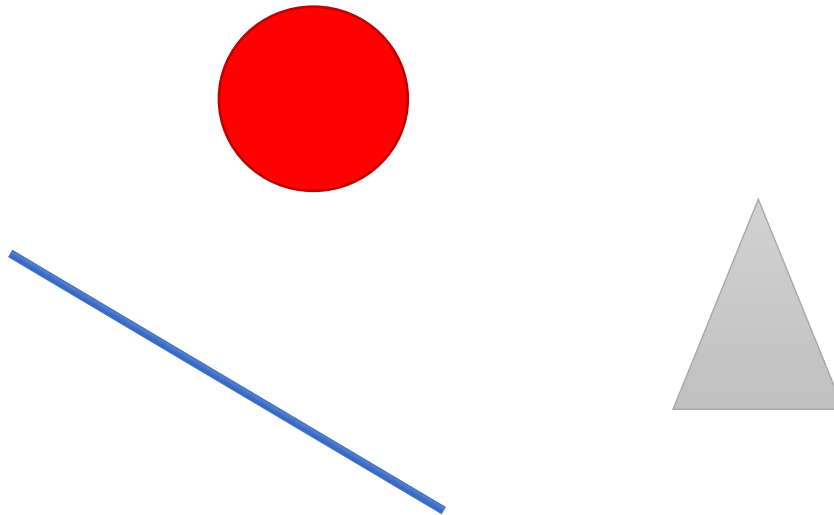


Definierte Begriffe

- Weitere Begriffe werden auf der Basis von Punkt und Gerade (und weiteren Grundbegriffen) definiert

- Beispiele:

- Strecke
- Strahl
- Dreieck
- ...



Axiome

- Axiome sind Annahmen, die nicht bewiesen werden müssen.
- Beschreiben ein System
 - Widerspruchsfrei
 - Minimal
 - Vollständig (so weit möglich und überschaubar)
- Beispiel:

Durch einen von einer Geraden verschiedenen Punkt geht genau eine zu dieser Geraden parallele Gerade.

Sätze

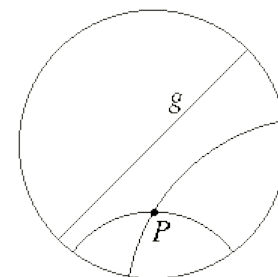
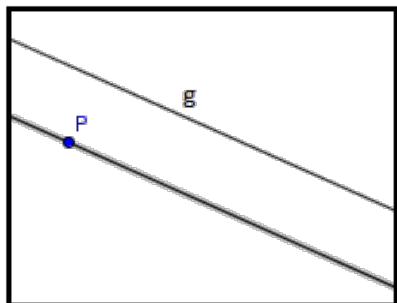
- Lassen sich mit den Axiomen beweisen
- Beispiel:
Liegt ein Punkt einer Geraden nicht auf einer zweiten Geraden, so sind diese Geraden nicht gleich.

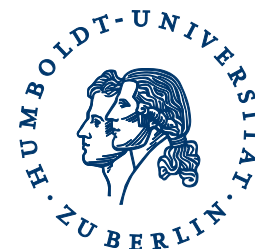


Bedeutung der Axiome

- Werden zu gleichen Grundbegriffen unterschiedliche Axiome festgelegt, führt dies zu unterschiedlichen Sätzen (bzw. Geometrien).

- Beispiel:
Euklidische Geometrie im Gegensatz zur Hyperbolischen Geometrie.





Euklid

Euklid hat unterschiedliche Ansätze verfolgt. Im Folgenden bedeutet „Euklidisch“, dass die Axiome die Kongruenzsätze im Dreieck sind.



Gegenüberstellung

Kongruenzgeometrie

- Kongruenz als Definition

Abbildungsgeometrie

- Kongruenzabbildungen als Definition
- Kongruenz als Überführung durch Kongruenzabbildungen

Gegenüberstellung

Kongruenzgeometrie

- Kongruenzsätze bilden die Basis eines jeden Beweises

→ Daraus folgen
Abbildungen

Abbildungsgeometrie

- Kongruenzabbildungen bilden die Basis eines jeden Beweises

(sind längen- und
winkeltreu)

→ Daraus folgen die
Kongruenzsätze

Beweise



Kongruenzgeometrie

- Kongruenzbeweise funktionieren mit gegebenen Kongruenzsätzen

→ alles wird in Dreiecke überführt. Damit können gleich lange Seiten, gleiche Winkel etc. gezeigt werden

Abbildungsgeometrie

- Abbildungsbeweise funktionieren durch das Finden von Abbildungen

→ Es wird eine Kongruenzabbildung gesucht, die ein Objekt in ein anderes überführt

Vergleich



Kongruenzgeometrie

- Finden statischer Größen ist einfacher
- Der Lernaufwand ist mit vier Kongruenzsätzen minimal
- Kürzere und exaktere Beweisführung möglich
- Zusammenhänge nicht immer klar erkennbar
- Möglicherweise algorithmisches Arbeiten ohne mathematisches Verständnis

Abbildungsgeometrie

- Eigenschaften aufgrund von Symmetrien werden erkannt
- Arbeiten mit verschiedenen Lernniveaustufen möglich
- Dynamisches Vorgehen macht Beweise haptisch anschaulicher
- Abbildungen haben viele Eigenschaften → Argumentation wird unübersichtlich
- Dynamisches Arbeiten nicht immer nachvollziehbar

Fazit für den Unterricht

Kongruenzgeometrie

- Kongruenzbeweise bilden im Allgemeinen die Grundlage für Beweise der Sekundarstufe I.
- Sie führen auch häufiger zu richtigen oder fast richtigen Beweisen.

Abbildungsgeometrie

- Außer für das Finden von Symmetrien spielen Abbildungsbeweise in der Schulpraxis kaum eine Rolle.

Fragen während der Bearbeitung der Aufgaben



- Wann ist der Kongruenzbeweis sinnvoll, wann der Abbildungsbeweis?
- Welcher ist intuitiver?
- Welche Eigenschaften oder Zusammenhänge lassen sich besonders gut zeigen?