

Spiegelung, Symmetrie und Körperdarstellungen unter dem Blickwinkel geometrischer Abbildungen

Sara Niehoff, Mareike Kuschel - 30.10.2014

Warum Geometrie in der Grundschule?

- Förderung intellektueller Kompetenzen
- Positive Erfahrungen zum Fach Mathematik (Praxisbezug)
- Lebens- und Erfahrungsumwelt erschließen
- Handlungsnahe, entdeckendes, problemorientiertes Arbeiten

Kernideen für den Geometrieunterricht

(Franke, 2007)

- Geometrische Formen
- Operieren mit Formen
- Beziehungen zwischen Formen

Symmetrie

Eine Figur ist achsen- bzw. punkt - bzw. drehsymmetrisch, wenn sie bei einer Geraden bzw. Punktspiegelung bzw. Drehung in sich überführt wird.

Achsensymmetrie

Eine Figur F heißt *symmetrisch zur Achse* g , wenn es für alle nicht mit g inzidierenden Punkt A von F einen von A verschieden verschiedenen Punkt A' von F gibt, so dass gilt: Der Fußpunkt B des von A auf g gefällten Lotes ist der Mittelpunkt von A und A'

Symmetrie

Eine Figur ist achsen- bzw. punkt - bzw. drehsymmetrisch, wenn sie bei einer Geraden bzw. Punktspiegelung bzw. Drehung in sich überführt wird

Punktsymmetrie

Eine Figur F heißt *symmetrisch zum Punkt* B , wenn es für alle von B verschiedenen Punkte A von F einen Punkt A' von F mit $A' \neq A$ gibt, so dass gilt: B ist der Mittelpunkt von A, A' .

Symmetrie

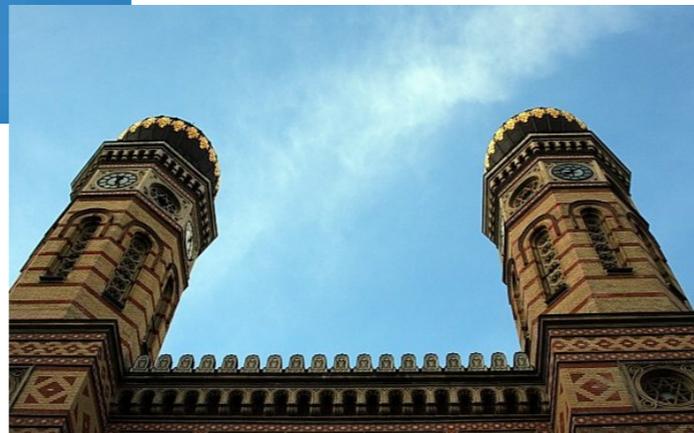
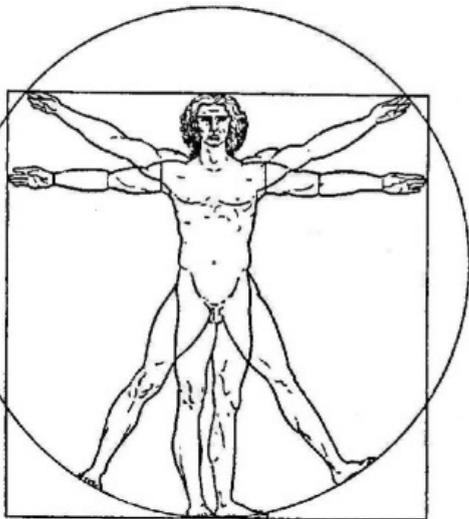
Eine Figur ist achsen- bzw. punkt - bzw. drehsymmetrisch, wenn sie bei einer Geraden bzw. Punktspiegelung bzw. Drehung in sich überführt wird

Drehsymmetrie

Eine Figur heißt *drehsymmetrisch* zum Punkt B bzgl. des Winkels α , wenn es für alle von B verschiedenen Punkte A von F einen Punkt A' von F gibt, so dass gilt: $BA \equiv BA'$ und $\sphericalangle (A, B, A') = \alpha$

Symmetrie in der Grundschule

Alltagsorientierter Zugang



Symmetrie in der Grundschule

Handlungsorientierter Zugang:

1. Legen
2. Falten
3. Falten und Schneiden
4. Spiegeln
5. Klecksbilder
6. Gitterpapier

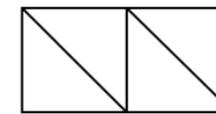
Gruppenarbeit

1. Bearbeitet das Aufgabenblatt.
2. Was könnten die SchülerInnen bei der Bearbeitung feststellen?
3. Welche Vor- und Nachteile bringt das Verfahren aus Sicht der SchülerInnen, aber auch aus Lehrersicht mit sich? Haltet dies auf einem Plakat fest und stellt eure Ergebnisse anschließend im Plenum vor.

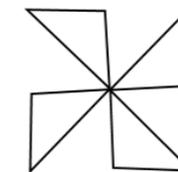
Legen

1. Schneide das Quadrat in vier gleiche („kongruente“) Dreiecke! Wie gehst du dabei vor?
2. Probiere möglichst viele verschiedene Figuren und Formen mit den vier Dreiecken zu legen.

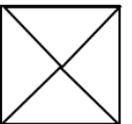
3. Lege folgende Figuren mit Hilfe aller vier Dreiecke nach:



Rechteck



Windmühle



Quadrat

4. Figuren „auslegen“
5. Tangram

Vorteile	Nachteile
<ul style="list-style-type: none"> • Selbstständiges Ausprobieren 	<ul style="list-style-type: none"> • Aufgabe 5 ggf. später
<ul style="list-style-type: none"> • Intuitiver Zugang & intuitive Anwendung von Symmetrie 	<ul style="list-style-type: none"> • Aufgabe 2 & 3 tauschen
<ul style="list-style-type: none"> • „Mathe macht Spaß“ 	<ul style="list-style-type: none"> • Immer noch kein konkretes Verständnis von Symmetrie (→ Ziel?)
	<ul style="list-style-type: none"> • Aufgabe 3 nicht immer möglich

Falten

1. Falte das Papierquadrat, sodass jedes Mal Ecke auf Ecke und Kante auf Kante liegt. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es? Wie viele „Falt-“ bzw. Symmetrieachsen entstehen dabei?
2. Papierflieger
3. Schiffchen

Vorteile	Nachteile
<ul style="list-style-type: none">• gute Veranschaulichung der Symmetrieachsen	<ul style="list-style-type: none">• Auf Formulierungen/ Aufgabenstellungen achten
<ul style="list-style-type: none">• Umweltbezug	<ul style="list-style-type: none">• fraglich, ob Intention von SuS wirklich erkannt wird
<ul style="list-style-type: none">• fächerübergreifend	
<ul style="list-style-type: none">• Unterstützt Intuition	

Falten & Schneiden

1. Schneide die Figuren entlang der Linie aus. Was stellst du fest?
2. Zeichne die Faltnie (Symmetrieachse) farbig nach.
3. Welche anderen deckungsgleichen („symmetrischen“) Figuren kennst du noch? Versuche sie, wie in Aufgabe 1, mit Falten und Schneiden zu basteln.

Vorteile	Nachteile
• Spaß	• hoher Vorbereitungsaufwand
• anschaulich	• offene Frage (Aufgabe 1)
• entdeckend	• Sprache (?)
• intuitiv fassbar	
• fördert Kreativität	
• fortsetzbar zu mehreren Spiegelachsen (Punktsymmetrie)	
• enaktiver Zugang	

Spiegeln

1. Welche Figuren aus dem Arbeitsheft lassen sich auf welche Weise spiegeln?
Probiere verschiedene Möglichkeiten!
2. Spiegelfiguren-Spiel:

Ziel des Spiels ist es, die Figur der Aufgabenkarten zu "erspiegeln". Dafür müssen – je nach Aufgabe - 2-3 Spielsteine so vor dem Spiegel platziert werden, dass diese mit ihrem Spiegelbild zusammen die auf der Aufgabenkarte dargestellte Figur (die Zielfigur) ergeben.

Vorteile	Nachteile
<ul style="list-style-type: none">• enaktiver Zugang (handlungsorientiert)	<ul style="list-style-type: none">• aufwändig
<ul style="list-style-type: none">• spielerisch lernen	<ul style="list-style-type: none">• Anschaffungskosten
	<ul style="list-style-type: none">• wenig Negativbeispiele (siehe Arbeitsheft)

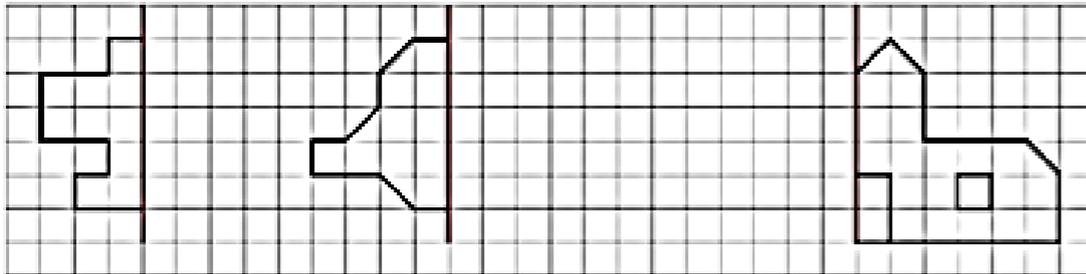
Klecksbilder

1. Stelle selbst Klecksbilder her.
2. Schneide jedes Klecksbild entlang der Faltlinie in zwei Teile!
3. Mische die Teile gut durch und setze die Klecksbilder wieder zusammen! (Benutze einen Spiegel zur Hilfe.)

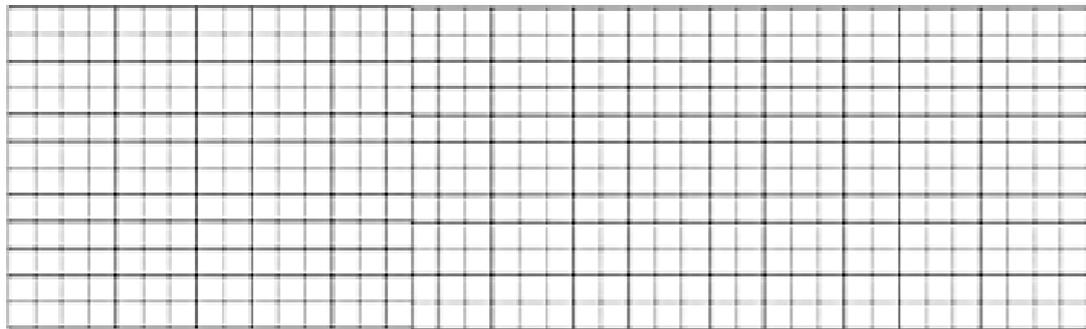
Vorteile	Nachteile
<ul style="list-style-type: none">• Symmetrie wird bei Herstellung deutlich	<ul style="list-style-type: none">• Farben schränken Symmetriewahrnehmung ein
<ul style="list-style-type: none">• macht Spaß	<ul style="list-style-type: none">• „Zerstörung“ von Kunstwerken
<ul style="list-style-type: none">• eigene Herstellung fördert Selbstwirksamkeit	<ul style="list-style-type: none">• Bilder evt. asymmetrisch

Zeichnen mit Gitterpapier

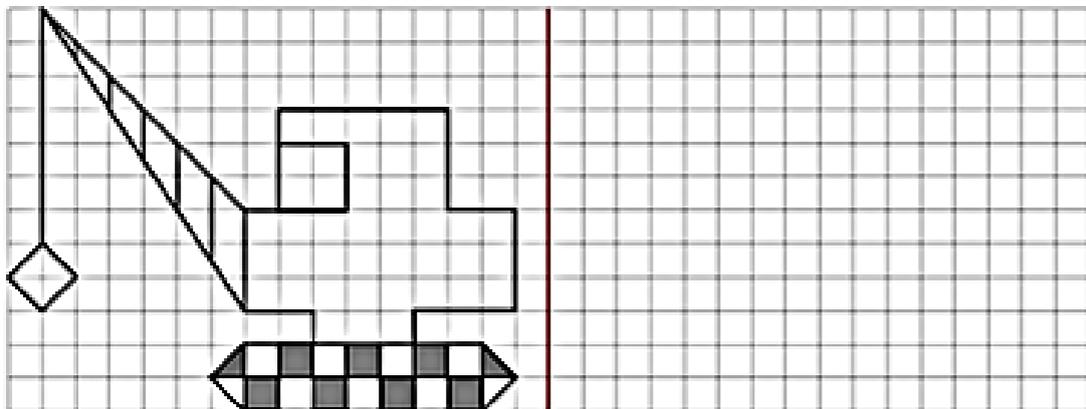
1. Ergänze zu symmetrischen Figuren! Tipp: Zähle immer die Kästchenlänge der Striche!



2. Zeichne 2 Buchstaben mit einer und 2 Buchstaben mit zwei Symmetrieachsen!



3. Zeichne das Spiegelbild!



Vorteile	Nachteile
<ul style="list-style-type: none"> • spielerischer Zugang 	<ul style="list-style-type: none"> • Begriff der Symmetrie?
<ul style="list-style-type: none"> • fächerübergreifend 	<ul style="list-style-type: none"> • reines Kästchenzählen ohne Übertragung
<ul style="list-style-type: none"> • Schulung geometrischer Vorstellungskraft 	
<ul style="list-style-type: none"> • genaues Zeichnen 	

Symmetrie und Spiegelung in der Grundschule

Spiegelung, Geradenspiegelung und Achsenspiegelung sind

Synonyme

⇒ **Vorgehensweisen**

Achsensymmetrie

⇒ **Figureneigenschaft**

Kongruenz in der Grundschule

- Thema „Kongruenz“ wird vorbereitet
- Spiegelung als Kongruenzabbildung
- Gleiche Figuren zuordnen (Memory)
- Musterreihen legen
- Symmetrische Figuren herstellen

Rahmenlehrplan Berlin

1/2 Klasse

Anforderungen	Inhalte
Identische und spiegelsymmetrische Bilder erkennen, benennen, vervollständigen und darstellen	Spiegelung, Spiegelachse, deckungsgleich
Beziehung zwischen Original und Bild bei Spiegelungen benennen	Symmetrieachse, ist symmetrisch zu Form, Größe, Lage zur Spiegelachse von Original und Bild Spiegelbilder, Klecksbilder, Faltschnitte Muster, Ornamente Figuren mit keiner, einer oder mehreren Symmetrieachse(n)

3/4 Klasse

Anforderungen	Inhalte
verschobene und gedrehte Figuren erkennen, benennen, vervollständigen und herstellen	Bild, Original, Symmetrie Verschiebung, Drehung drehsymmetrische Figuren schubsymmetrische Muster und Bordüren
vergrößerte oder verkleinerte Figuren erkennen, benennen, vervollständigen und herstellen	maßstäbliche Vergrößerung und Verkleinerung

Literaturverzeichnis

- Struve H. (1990). Grundlagen eine Geometriedidaktik. In: Knoche N. & Scheid H. (Hrsg.) *Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik Band 17*. Mannheim/Wien/Zürich. Wissenschaftsverlag
- Franke M. (2007) Didaktik der Geometrie in der Grundschule. Heidelberg. Spektrum Akademischer Verlag
- Rahmenlehrplan Berlin, Grundschule Mathematik