

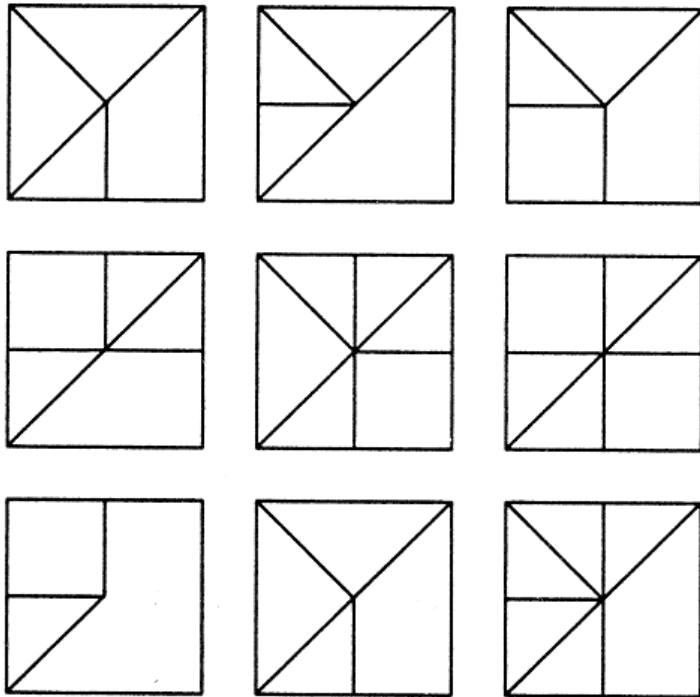
Verschiebungen und Drehungen

*Ein Referat von Mareen Hampel,
Lucas Warntjen und Chris Patricia Hänsel*

*Ausgewählte Kapitel der Didaktik der Mathematik
Wintersemester 2014/15*



Wer sieht's?



Welche der Figuren sind gleich?



Was ist Konstruieren?



Geometrie handelt mit idealen Objekten.

⇒ Konstruktionen sind idealisierte Operationen
und führen zu theoretisch exakten Ergebnissen



Unterscheidung von Konstruktionsverfahren:
Zergliederbarkeit in einzelne Schritte

Schritte sind Grundlage
für das Begründen und Beweisen
einer Konstruktion



Ausgangs-/Zielkonfiguration

Eine Ausgangskonfiguration ist eine Menge geometrischer Objekte und ein System von Beziehungen.

Die Zielkonfiguration erweitert die Ausgangskonfiguration und schließt diese ein.



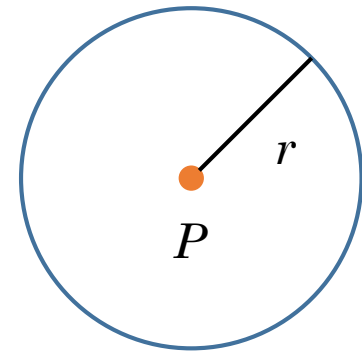
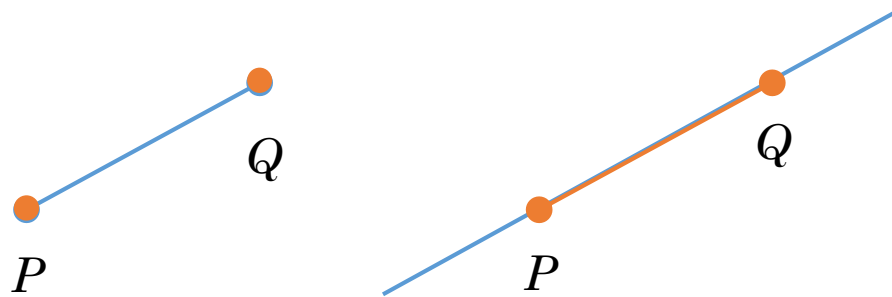
Konstruktionsschritte

- endliche Anzahl von Operationen
- festgelegte Werkzeuge, die nur nach festen Regeln verwendet werden



Konstruktionswerkzeuge

klassisch (nach Euklid) – Zirkel und Lineal



praktisch – Parallelenzeichner
Rollineale
Geodreieck

modern – Dynamische Geometriesoftware



Didaktische Bedeutung von Konstruktionsanleitungen

- Dokumentation des Lösungsweges
- Kontrolle der Lösung und dienen der Nachvollziehbarkeit
- Strategien offenlegen indem vollzogene Handlungen verbalisiert werden
- Kommunikation im Unterricht



Rahmenlehrplan Berlin

3/4	verschobene und gedrehte Figuren erkennen, benennen, vervollständigen und herstellen
5/6	geometrische Konstruktionen ausführen
7/8	Geometrische Abbildungen und Symmetrie
9/10	Veränderungen mit Funktionen beschreiben



Vorwissen

- Zeichnen von Punkten, Geraden, Strecken und Strahlen
- Messen von Strecken mit einem Lineal
- Zeichnen/Antragen eines Winkels von 0° bis 180°
- Messen eines Winkels von 0° bis 180°



Vorwissen

- Halbieren einer Strecke durch
 - probieren mit dem Geodreieck
 - messen der Strecke und Halbieren des Messwertes
 - Konstruktion mit dem Zirkel
- zeichnen einer Parallelen durch einen Punkt
- zeichnen einer Senkrechten auf einer Geraden mit
 - Geodreieck Senkrechte errichten
 - Zirkel und Lineal Lot fällen

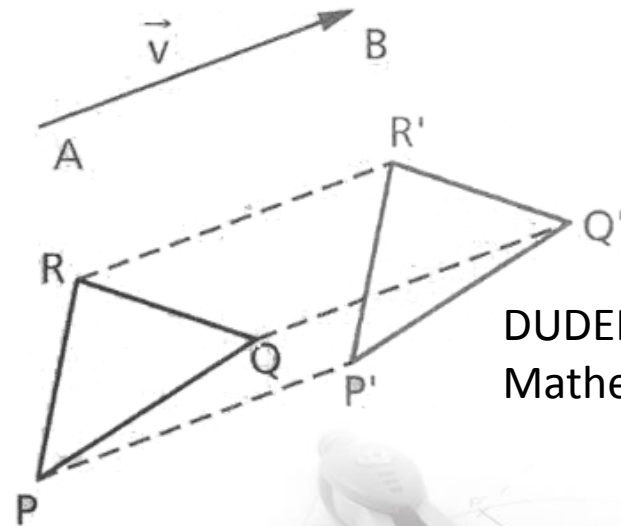


Verschiebungen

bijektive Abbildungen der Ebene auf sich

- geradentreu
- längentreu
- winkeltreu
- parallelentreu
- orientierungstreue

Verschiebung der Ebene
Es gibt keinen Fixpunkt.

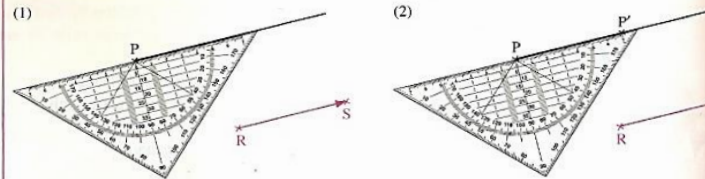


DUDEN PAETEC,
Mathematik 6, S. 83



Verschiebung mit dem Verschiebungspfeil $\vec{RS}$

Zu einem Punkt P erhältst du den Bildpunkt P' wie folgt:

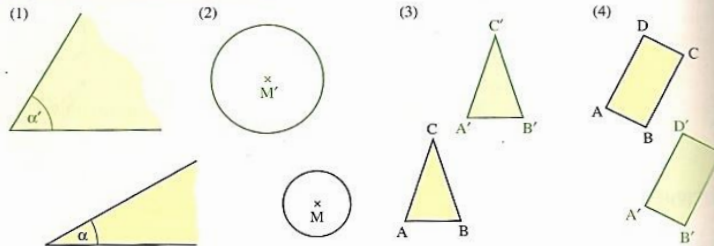


Zeichne die Halbgerade mit dem Anfangspunkt P, die zum Verschiebungspfeil $\vec{RS}$ parallel ist und in dieselbe Richtung weist.

Trage auf der Halbgeraden von P aus eine Strecke ab, die genauso lang ist wie der Verschiebungspfeil $\vec{RS}$. Der Endpunkt ist der Bildpunkt P'.

Weiterführende Aufgabe

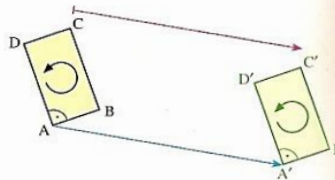
2. Eigenschaften der Verschiebungen



- Entscheide, ob die grüne Figur das Bild der gelben Figur bei einer Verschiebung ist. Begründe.
- Du weißt: Bei einer Achsenspiegelung ändert sich die Länge einer Strecke und die Größe eines Winkels nicht. Dagegen ändert sich der Umlaufsinn eines Vielecks. Welche dieser Eigenschaften gelten auch bei der Verschiebung, welche nicht?
- Vergleiche die Lage einer Strecke und ihrer Bildstrecke, zum Beispiel von $\overline{AB}$ und $\overline{A'B'}$.

Für jede Verschiebung gilt:

- Figur und Bildfigur sind kongruent (deckungsgleich) zueinander.
- Strecke und Bildstrecke sind gleich lang.
- Winkel und Bildwinkel sind gleich groß.
- Strecke und Bildstrecke sind parallel zueinander.
- Figur und Bildfigur haben denselben Umlaufsinn.



3 Verschiebung und Verschiebungssymmetrie

Die Klasse 6 c macht eine Skifreizeit. Max überlegt, ob man wohl eine ganze Runde mit dem Sessellift fahren kann. Nils: „Wenn man nur ab und zu kurz hinschaut, denkt man, dass der Lift überhaupt nicht vorwärts kommt.“ Carina: „Wenn ich im Lift sitze, kommt mir das auch manchmal so vor.“



Regelmäßige Muster lassen sich dadurch erzeugen, dass man eine Grundfigur längs einer Geraden immer gleich weit verschiebt. Man nennt das eine **Parallelverschiebung**. Die Information, wie weit und in welche Richtung eine Figur verschoben werden soll, wird durch einen **Verschiebungspfeil** beschrieben.

Das so entstandene Muster ist dann **verschiebungssymmetrisch**.

Nicht immer liegen die Verschiebungspfeile auf den Kästchenlinien im Heft. Eine Figur kann z. B. auch 5 Kästchen nach rechts und 3 Kästchen nach unten verschoben werden.

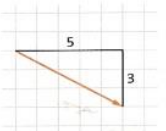


Fig. 1

Figuren, die durch eine **Verschiebung** auf sich selbst abgebildet werden können, nennt man **verschiebungssymmetrisch**.

Bei einer Verschiebung wird jedem Punkt P ein Bildpunkt P' zugeordnet. Dabei sind alle Pfeile von einem Punkt zu seinem jeweiligen Bildpunkt parallel. Die **Verschiebungspfeile** haben die gleiche Richtung und die gleiche Länge. Die Verschiebung wird mit $\vec{PP'}$ bezeichnet.

Beispiel 1

Das Dreieck PQR soll so verschoben werden, wie es der Verschiebungspfeil angibt.

Lösung:

- Zeichne die Parallelen zu dem Verschiebungspfeil durch die übrigen Ecken. Trage auf den Parallelen die Länge des Verschiebungspfeils ab.
- Zeichne das Bilddreieck P'Q'R'.

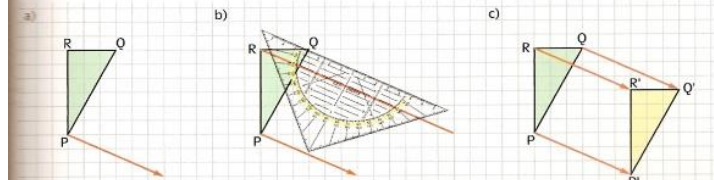
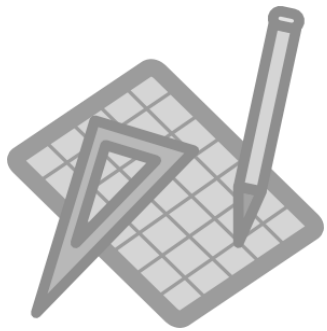
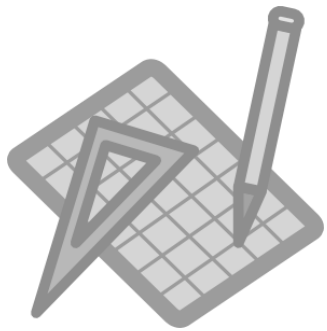


Fig. 2



Aufgaben 1 und 2





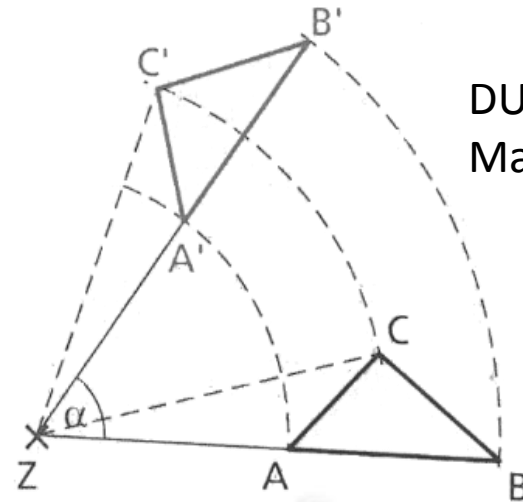
Auswertung



Drehungen

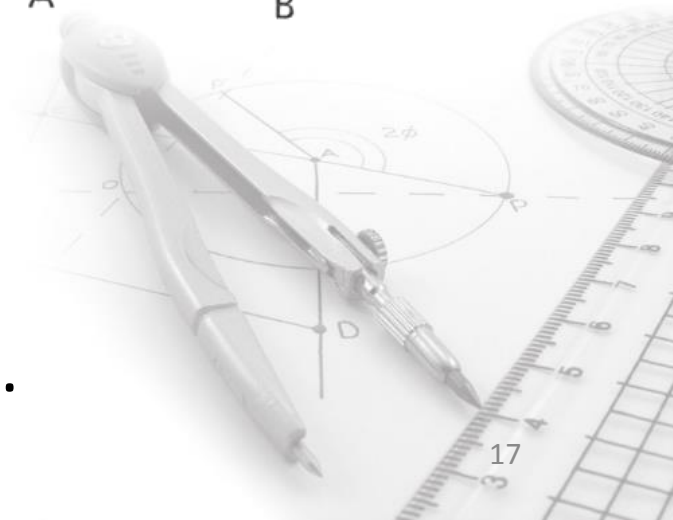
bijektive Abbildungen der Ebene auf sich

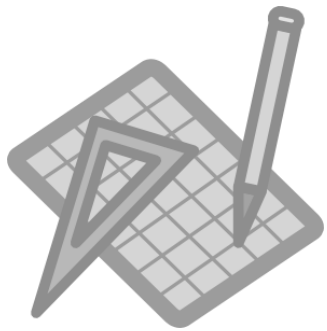
- geradentreu
- längentreu
- winkeltreu
- parallelentreu
- orientierungstreue



DUDEN PAETEC,
Mathematik 6, S. 84

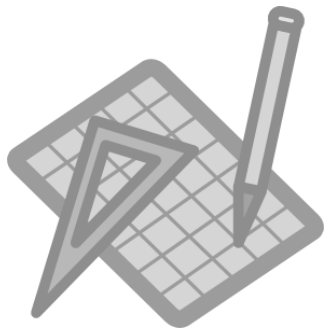
Drehung der Ebene um einen Punkt
Dieser Punkt ist der einzige Fixpunkt.





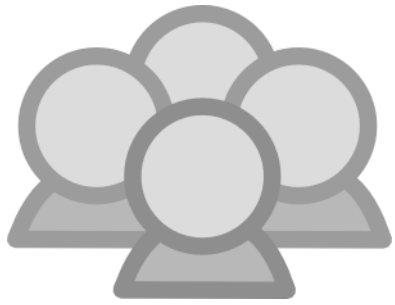
Aufgaben 3, 4 und 5





Auswertung



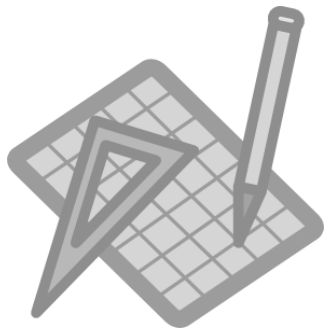


Wo liegen typische
Schwierigkeiten von Schülern
mit solchen Konstruktionen?



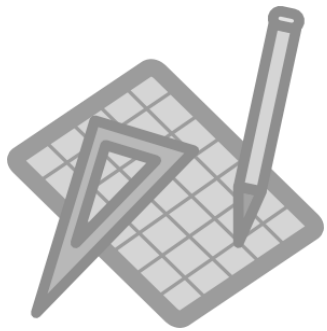
Koordinatisierung von Verschiebungen





Aufgaben 6 und 7





Auswertung



Vektoren als Pfeilklassse

„Wir fassen [...] alle Pfeile der Ebene (des Raumes),
die gleiche Länge und gleiche Richtung haben,
zu einer Klasse zusammen.

Eine solche Pfeilklassse bezeichnen wir als einen
Vektor in der Ebene (im Raum).“

BIGALKE, A.: KÖHLER, N. (Hrsg.). Analytische Geometrie und Lineare Algebra
Cornelsen Verlag, Berlin 1996, S. 16



Ein Vektor ist ein Pfeil.



Ein Pfeil stellt einen
Repräsentanten eines Vektors
im Koordinatensystem dar



Danke für eure Aufmerksamkeit

