

Zusammenfassende Notizen zur Vorlesung Einführung in die Mathematikdidaktik, Teil 6

6 Unterrichtsmethoden im Mathematikunterricht

Empfohlene Literatur zu diesem Kapitel

- WIECHMANN, J. (Hrsg.): *Zwölf Unterrichtsmethoden*. Weinheim, Basel: Beltz, 2002 (3. Aufl.).
- BARZEL, B.; BÜCHTER, A.; LEUDERS, T.: *Mathematik Methodik*. Berlin: Cornelsen, 2007.

6.1 Historischer Exkurs

- *Sophistik* („Weisheitsbringer“): *Belehren* des Gesprächspartners (der Schüler); herabsetzend „Sophisterei“ (Weismacherei) genannt. Auch Wanderlehrer, die gegen Entlohnung unterrichteten, werden als Sophisten bezeichnet.
- *Sokratischer Dialog* (SOKRATES 469 – 399 v. Chr.), auch Mäeutik (Hebammenkunst) genannt.
 - Durch *Fragen* (und nicht durch Belehren) des Gesprächspartners sollte dessen Einsichtsfähigkeit schließlich Wissen um Gutes (kalos) und Edles (agathos) selbst „gebären“, bzw. hervorbringen.
 - In der Protreptik („Kunst der Hinwendung“) wird der Gesprächspartner durch Fragen zur richtigen Erkenntnis geführt, die nach Sokrates grundsätzlich schon in jedem Menschen verborgen liegt und so mithilfe des Befragten ans Licht gebracht („entbunden“) wird.
 - Ironie: SOKRATES gibt vor, der Unwissende zu sein, derjenige der Fragen stellt, doch liegt in seinen Fragen die Antwort verborgen.

PLATON beschrieb den Dialog des Sokrates mit einem Sklaven: Macht ihn durch geschicktes Fragen auf Unkenntnisse und Widersprüche aufmerksam; lässt ihn erkennen, wie ein Quadrat doppelter Fläche auf der Diagonalen des Ursprungsquadrates konstruiert werden kann.

Unterricht entwickelte sich also ausgehend von recht „lehrerzentrierten“ Ansätzen. Inzwischen zielen vielfältige Bemühungen auf die stärkere Einbeziehung „schülerzentrierter“¹ Unterrichtsmethoden ab.

Schülerzentrierte Arbeitsformen setzen Disziplin, Ausdauer, Methodenkenntnis, Engagement und Wissbegierde voraus. In größeren Lerngruppen sind diese Voraussetzungen nicht immer und nicht immer bei jedem Schüler gegeben oder erzeugbar.

FÜHRER, L.: *Pädagogik des Mathematikunterrichts*, Vieweg, 1997, S. 25

Zwar kann man nur selbständig werden, wenn man Gelegenheit erhält, selbstständig tätig zu sein, doch bedarf es vieler pädagogischer und didaktischer Unterstützung, um die Fähigkeiten und Fertigkeiten des selbstständigen Lernens zu erwerben.

FRANZ WEINERT

6.2 Überblick über einige Unterrichtsmethoden

- Lehrervortrag
- Schülervortrag
- Fragend-entwickelnder Unterricht
- Unterrichtsgespräch

¹Das Ziel der Schülerzentrierung kann jedoch nie allein durch Unterrichts- bzw. Aktionsformen erreicht werden, sondern setzt vor allem voraus, dass Schüler sich mit ihren Beiträgen ernst genommen fühlen.

- Entdecken-lasender Unterricht
- Selbstständiges Lernen
- Wochenplanarbeit
- Gruppenarbeit
- Gruppenpuzzle
- Lernzirkel und Stationenlernen
- Projektarbeit

6.3 Stärker lehrerzentrierte („frontale“) Unterrichtsformen

6.3.1 Lehrervortrag

- LV sollte insbesondere bei jüngeren Schülern sparsam eingesetzt werden.
- möglich bei der Hinführung zu einer Regel, Einführung in ein neues Gebiet, um Brücken zu anderen Themen zu schlagen bzw. Ausblicke zu geben: historische Bezüge, Anwendg. ...
- Da in Studium und Beruf häufig Wissen durch Vorträge übermittelt wird, sollte in der Sekundarstufe II darauf vorbereitet werden.
- Alternative: Schülerreferate
- Vorträge verlangen ausdauernde Aufmerksamkeit.
- Wichtig ist eine Nachbereitung, in der Missverständnisse geklärt, Sachverhalte durch Beispiele verdeutlicht, Fragen gestellt werden und in der formuliert und wiederholt wird.
- Vorbereitung: Fragen formulieren, auf die bei Vorträgen besonders zu achten ist.

6.3.2 Fragend-entwickelnder Unterricht

- Lehrer lenkt durch seine Fragen die Aufmerksamkeit der Schüler auf entscheidende Gesichtspunkte.
 - Ohne eine Führung wie die Lehrerfrage werden viele Schüler gar nicht oder nur durch Umwege und Mühen zum Ziel kommen.
 - Anzustreben sind zwanglose Wechsel von Fragen und Aufforderungen.
 - Zu vermeiden ist eine sehr kurzschrittige Führung, bei der die Schüler nicht nur entmündigt werden, sondern auch die große Linie verloren gehen kann
- weiter gefasste, richtungsweisende Fragen stellen.
- Prinzip der minimalen Hilfe: Der Lehrer greife helfend so wenig wie möglich ein, damit dem Schüler noch möglichst viel aus eigener Kraft zu tun bleibt.
 - Zeit zum Nachdenken lassen
 - Fragend-entwickelnder Unterricht wurde um 1910 von Reformpädagogen scharf kritisiert: „Was gibt es unsinnigeres, als die Schulsituation, in der der Lehrer fragt, der die Sache kennt, und der Schüler antwortet, der sie nicht kennt.“
 - Dennoch ist fragend-entwickelnder Unterricht eine unverzichtbare Unterrichtsform, es sollte allerdings nicht die einzige sein.

Vorgehen nach AEBLI:

- Lehrer richtet allgemeine Aufforderung zum Beobachten oder Nachdenken an die Klasse.
- Lehrer greift zunächst selbst kaum ein, auch wenn die Beiträge Schwächen aufweisen und ungeordnet sind.
- Erst allmählich übernimmt der Lehrer die Leitung, um die Klasse den Erkenntnissen entgegen zu führen, die er für wesentlich hält.
- Lehrer bringt Ordnung in die Betrachtung oder bestimmt einen Lösungsweg, der gemeinsam gegangen wird.

Zur Behandlung von Antworten genügt die Feststellung richtig/falsch nicht aus. Oft enthält die Antwort einen guten Gedanken, der herausgearbeitet werden muss und der Klasse zur weiteren Verfolgung übergeben wird. Gravierende Fehler und verbreitete Missverständnisse stellt man gemeinsam mit der Klasse richtig. Fehler können Ausgangspunkt von Überlegungen werden, die zur Einsicht und zur richtigen Antwort führen. Falsche Formulierungen sind zwar zu verbessern, aber es ist auch zu bestätigen, dass der Schüler das Richtige gemeint hat. In wichtigen Fällen schreibt man die korrekte Formulierung an die Tafel. Unverständliche Antworten versucht man durch Rückfragen zu klären, wozu Geduld und Einfühlungsvermögen nötig sind.

6.4 Unterrichtsgespräch

Die Begriffe „Fragend-entwickelnder Unterricht“ und „Unterrichtsgespräch“ werden oft synonym verwendet. Eine Abgrenzung findet statt, wenn Unterrichtsgespräche in geringerem Maße vom Lehrer gesteuert werden. Dennoch sind die Grenzen „fließend“.

- Lehrer führt die Arbeit der Klasse weniger stark und greift nur ein, wenn die Schüler von sich aus nicht mehr weiter kommen, das Ziel aus den Augen verlieren oder eine falsche Richtung einschlagen.
- Schüler diskutieren im Idealfall miteinander und beurteilen gegenseitig ihre Beiträge.
- Stellen die Schüler nur Behauptungen auf, verlangt der Lehrer, diese zu begründen. So können Beweisideen oder Teile von Beweisen entstehen, die später verwertet werden können.
- Schüler lernen, einander zuzuhören und ihre Beiträge verständlich zu formulieren.
- Der Lehrer greift nur bei sehr schwer verständlichen Beiträgen ein, hält sich sonst zurück. Dauerndes Korrigieren und Bestehen auf korrekter Sprache entmutigt die Schüler, hemmt die spontane Mitarbeit und lenkt von eigentlichem Ziel ab. Eine Exaktifizierung und Formalisierung kann später erfolgen.
- Da alle Schüler beteiligt werden sollen, müssen besonders diskutierfreudige und schnell denkende Schüler gebremst sowie zurückhaltende zu eigenen Beiträgen ermuntert werden.
- Bei längerem Stillstand oder Schweigen können Anregungen nach dem Prinzip der minimalen Hilfe gegeben werden.
- Nach dem Unterrichtsgespräch muss abgesichert werden, dass alle Schüler dem Gespräch folgen konnten und den Inhalt verstanden haben. Gedankengang und Ergebnis sollten nochmals gemeinsam formuliert, schriftlich fixiert und in den folgenden Stunden gründlich wiederholt werden.

6.5 Entdecken-lassender Unterricht (bzw. entdeckendes Lernen) im Rahmen von Partner- oder Gruppenarbeit

- Entdeckendes Lernen beinhaltet individuelles Arbeiten, kann aber auch das Fördern sozialer Kontakte und Hilfestellungen zwischen den Schülern einschließen.
- Wichtig ist es, Aufgabenstellungen und Hilfen zu geben, die es Schülern ermöglichen, selbstständig zu Erkenntnissen zu gelangen → vgl. auch die „POLYA-Fragen“.
- Auch bei Hilfestellungen zwischen den Schülern sollte dies nach dem Prinzip der minimalen Hilfe erfolgen („Gebt nur eine Hilfe. Erklärt nicht alles. Woran sollte man denken? Welche Regel kann man verwenden?“ ...)
- Hilfestellungen werden den Schwierigkeiten angepasst und auf einem Arbeitsblatt notiert.
- An die selbstständige Arbeit schließt sich eine Phase der gemeinsamen Diskussion an, in der die Ergebnisse und Lösungswege zusammengetragen, verglichen und gewertet werden. Außerdem findet eine Arbeitsrückschau statt, in der die Gruppe zusammenfasst, wie sie zu den Ergebnissen gelangt ist.

6.6 Gruppenpuzzle

Gruppenpuzzles gehören zu den Formen eigenverantwortlichen Arbeitens, die Schülern über einen längeren Zeitraum hinweg selbstständiges und selbstorganisiertes Handeln ermöglichen (sollen). Weitere Formen sind u. a. Lernzirkel und Unterrichtsprojekte.

Das Gruppenpuzzle ist eine strukturierte Form der Gruppenarbeit, die in zwei Phasen abläuft. Sie eignet sich sowohl zum Neuerwerb wie auch zum Üben und Wiederholen. Themen werden dabei in einer Gruppe erarbeitet und in einer anderen Gruppe von den dann zu „Experten“ ausgebildeten Schülern „unterrichtet“.²

- **Phase 1: „Experte“ werden**

Die Schüler erarbeiten ein Thema in Gruppen. Dabei befassen sich die einzelnen Gruppen arbeitsteilig mit verschiedenen Aspekten des Themas. Die Schüler einer Gruppe werden so zu „Experten“ für ihren Aspekt. Kein Schüler kann sich bei dieser Arbeit ausklinken oder nur die anderen arbeiten lassen, denn jeder einzelne Schüler muss am Ende dieser Phase seinen Themenaspekt beherrschen.

- **Phase 2: Wissen weitergeben**

Die Schüler gruppieren sich so um, dass Gruppen mit „Experten“ für die einzelnen Themenaspekte entstehen. Innerhalb dieser Gruppen muss jeder Einzelne als „Experte“ seinen Themenaspekt den anderen Mitschülern erklären. Gemeinsam werden so in diesen Gruppen alle Aspekte der Thematik bearbeitet.

6.6.1 Unterrichtsbeispiel: Parabeln und Parameter

Die Schüler sollen die Auswirkung der Parameter a , b und c in den quadratischen Funktionen f mit $f(x) = ax^2$, $f(x) = (x + b)^2$ und $f(x) = x^2 + c$ auf die Funktionsgraphen erkunden.³

Phase 1: Experte werden

Die Schüler erhalten in vier Gruppen Arbeitsaufträge:

Gruppe A

- Zeichne die Graphen der Funktionen f mit $f(x) = x^2$, $f(x) = 2x^2$, $f(x) = 5x^2$, $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ und $f(x) = \frac{1}{5}x^2$.
- Untersuche weitere Graphen von Funktionen der Form $f(x) = ax^2$ mit einer positiven Zahl $a \in \mathbb{R}$. Welche allgemeinen Aussagen findest du über diese Funktionsgraphen?

Gruppe B

- Zeichne die Graphen der Funktionen f mit $f(x) = x^2$, $f(x) = 2x^2$, $f(x) = -2x^2$, $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ und $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$.
- Untersuche weitere Graphen von Funktionen der Form $f(x) = ax^2$ mit einer positiven/negativen Zahl $a \in \mathbb{R}$. Welche allgemeinen Aussagen findest du über diese Funktionsgraphen?

Gruppe C

- Zeichne die Graphen der Funktionen f mit $f(x) = x^2$, $f(x) = (x + 2)^2$, $f(x) = (x + 5)^2$, $f(x) = (x - 2)^2$ und $f(x) = (x - 5)^2$.
- Untersuche weitere Graphen von Funktionen der Form $f(x) = (x + b)^2$ mit einer Zahl $b \in \mathbb{R}$. Welche allgemeinen Aussagen findest du über diese Funktionsgraphen?

²Vgl. zu Gruppenpuzzles auch die Ausführungen von SWETLANA NORDHEIMER.

³Dieses Beispiel wurde von Prof. VOLKER ULM (Universität Augsburg) konzipiert und erprobt.

Gruppe D

- Zeichne die Graphen der Funktionen f mit $f(x) = x^2$, $f(x) = x^2 + 2$, $f(x) = x^2 + 5$, $f(x) = x^2 - 2$ und $f(x) = x^2 - 5$.
- Untersuche weitere Graphen von Funktionen der Form $f(x) = x^2 + c$ mit einer Zahl $c \in \mathbb{R}$. Welche allgemeinen Aussagen findest du über diese Funktionsgraphen?

Phase 2: Wissen weitergeben

Die Schüler gruppieren sich wie beschrieben um, so dass in jeder Gruppe jeweils ein „Experte“ der verschiedenen Gruppen aus Phase 1 ist. Insgesamt werden Funktionen der Form $f(x) = ax^2$, $f(x) = (x + b)^2$ und $f(x) = x^2 + c$ diskutiert und die Bedeutung der Parameter für die Gestalt und die Lage der jeweiligen Parabel besprochen.

Einschub: Didaktische Bemerkungen zu der Thematik „Parameter in Funktionen und ihre Bedeutung für Graphen“

- Zunächst können Schüler die vorgegebenen Funktionen untersuchen und dabei entdecken, welche Bedeutung die Zahlenwerte in den Funktionstermen für die Graphen besitzen. In einem nächsten Schritt kommt es darauf an, dass sie sich allmählich von den konkreten Zahlenwerten (wie in $f(x) = 5x^2$) lösen und allgemeine Einsichten entwickeln wie etwa: „Parabeln zu $f(x) = ax^2$ sind für positive a nach oben und für negative a nach unten geöffnet. Wird der Betrag von a größer, wird die Parabel enger. Wird der Betrag von a kleiner, wird die Parabel weiter geöffnet.“
- Der Abstraktionsschritt von konkreten Zahlenwerten hin zu allgemeinen Parametern ist nicht zu unterschätzen. Die Schüler müssen anhand von Erfahrungen an einzelnen Graphen Vorstellungen über *Veränderungsprozesse* entwickeln: Wie verändert sich der Funktionsgraph, wenn man den im Funktionsterm enthaltenen Parameter kontinuierlich variiert?
- Es empfiehlt sich hierfür die Nutzung einer geeigneten Software wie Geogebra. Prozesse der Deformation oder Verschiebung von Graphen können damit gut erfahrbar gemacht werden.
- Den Abschluss einer derartigen Unterrichtseinheit muss eine Verallgemeinerung und Zusammenfassung der Einzelergebnisse bilden, indem die Bedeutung der Parameter in der allgemeinen quadratischen Funktion f mit $f(x) = a(x+b)^2 + c$ untersucht und diskutiert wird.

6.7 Lernzirkel / Stationenlernen

Im Rahmen von Lernzirkeln erhalten Schüler in voneinander abgegrenzten Stationen Aufgabenstellungen und Arbeitsaufträge, mit denen sie sich möglichst eigenverantwortlich befassen können. Die beiden Begriffe „Lernzirkel“ und „Stationenlernen“ werden in der Literatur teils synonym gebraucht, teils wird mit dem ersteren betont, dass die Stationen in einer vorgegebenen Reihenfolge stehen.

6.7.1 Beispiel: Stationsarbeit zur Prozent- & Zinsrechnung

Die folgenden Materialien wurden von der Studentin MELANIE ARNDT im Rahmen ihres Unterrichtspraktikums erstellt und erfolgreich eingesetzt.⁴

Ziele

- Wiederholung und Festigung der Prozent- und Zinsrechnung
- Einüben von vielfältigen Aspekten fachlicher und überfachlicher Kompetenzen, wie Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit an einzelnen Stationen, unterschiedlichen Herangehensweisen an Aufgaben und Medien, Formulieren von Frage- bzw. Problemstellungen bei unverständlichen Aufgaben, ...

⁴Frau Arndt hat die Weitergabe und Nutzung ihrer Materialien im Rahmen dieser Vorlesung freundlicherweise gestattet.

Stationen

Station 1

Hausaufgaben

Auf den Arbeitsblättern, die an dieser Station ausliegen, sind einige Hausaufgaben mit römischen Zahlen (I, II, III, ...) gekennzeichnet. Bei diesen Aufgaben erhältst du drei Lösungsvarianten, von denen nur **eine** richtig ist. Hinter den jeweiligen Ergebnismöglichkeiten stehen Buchstaben in Klammern. In der **richtigen Reihenfolge** ergeben sie das Lösungswort.

Aufgabe	Ergebnis 1	Ergebnis 2	Ergebnis 3
I. 1% von 300 € sind _____	30 € (A)	3 € (R)	0,30 € (S)
II. 15 kg von 60 kg sind _____	25 % (G)	9 % (D)	25 kg (E)
III. 20 % entsprechen 50 ml, somit sind 100% _____	100 ml (B)	250 ml (N)	200 ml (F)
IV. Wie viel Prozent sind eingefärbt?	40 % (T)	20 % (V)	30 % (W)
V. Wie viel Prozent sind eingefärbt?	12,5 % (D)	13,5 % (E)	25 % (H)
VI. Nettogehalt von Frau Schuster	2118,67 € (M)	1999,45 € (K)	1605,43 € (U)
VII. Wie viel Prozent davon sind Steuern? (ca.)	39 % (R)	61 % (L)	45 % (D)
VIII. Sommerschlussverkauf – Badeanzug	29,80 € (I)	25,94 € (E)	19,95 € (Z)
IX. Steffis Sparguthaben	723,45 € (P)	456,90 (A)	631,05 € (T)

Station 2

Fülle die Lücken aus!

P	a	b	c	d	**e
Grundwert	475 €	12,88 €	0,5 m		
Prozentsatz	26 %			5 %	70 %
Prozentwert		1,61 €	0,25 m	6 cm	45,5 kg

Z	a	b	c	d	**e
Kapital	830 €		92 €	450 €	
Zinssatz	6 %	4,25 %			3 %
Zinsen		51 €	6,90 €	11,25 €	18,90 €

Station 3

Textaufgaben

(1) Tom hat für das neue Skateboard einen Preisnachlass von 30 % bekommen und dadurch 45,30 € gespart.

- Wie hoch war der ursprüngliche Preis?
- Wie viel € hat Tom bezahlt?



(2) Kredit zurückzahlen: Ein Kredit in Höhe von 21'500 € soll nach einem Jahr mit Zinsen zurückgezahlt werden. Die Bank verlangt 7,2 % Zinsen. Wie hoch ist der Betrag, der zurückgezahlt werden muss?

Station 3

** Textaufgaben - Zusatzaufgabe

Manche Firmen haben besondere Angebote. Familie Naumann kauft eine Waschmaschine, die mit 1500 € ausgepreist ist. Bei Anzahlung von 200 € wird geliefert, der Rest muss innerhalb von einem Jahr mit 9 % Zinsen bezahlt werden. Familie Paul kauft die gleiche Maschine, bezahlt bar und erhält damit einen Abschlag (Skonto) von 3 % des Preises. Wie viel Euro spart Familie Paul gegenüber Familie Naumann?



Station 4

Textaufgabe erfinden

Berechne und erfinde jeweils eine Textaufgabe zu folgenden Aufgaben:

- $199 € \cdot 0,75 =$ _____
- $2500 € \cdot 102,75 =$ _____
- $15 \text{ km} : \text{_____} = 17,5 \text{ km}$
- $\text{_____} \cdot 1,1 = 88 €$

** e) $250 \text{ g} \cdot 120 \% =$ _____

Station 6

Anfertigen von Diagrammen

In einer Umfrage wurde ermittelt, wie lange die Schüler/innen ungefähr täglich an den Hausaufgaben sitzen.

Zeitangabe	Anzahl der Schüler
bis 30 min	IIII II
bis 45 min	IIII IIII IIII
bis 60 min	IIII IIII II
bis 75 min	IIII II
bis 90 min	IIII I
über 90 min	IIII I

- Wie viele Schüler und Schülerinnen wurden befragt?
- Berechne die Anteile in Prozent?
- Stelle die Angaben in einem Säulen- oder Kreisdiagramm dar.

Station 5

Grafische Darstellung von Prozenten

Abgebildet sind Essgewohnheiten. Prüfe, ob sich die jeweilige Person an die Empfehlung von Frau Dr. Kühn-Schmidt hält und schreibe dazu einen kurzen Bericht.

a) Frau Wienand, Hochschullehrerin



b) Frau Bergener, Bankangestellte und Marathonläuferin



c) Herr Winkelmann, Sekretär



Ärztlicher Rat
 Frau Dr. Kühn-Schmidt ist Chefarztin am städt. Krankenhaus. Sie rät: Nährstoffanteile in der Ernährung sollen ausgewogen sein. Die tägliche Kost sollte enthalten
 Kohlenhydrate: 50% – 60%
 Eiweiße: 12% – 15%
 Fette: 25% – 35%
 Das gilt für eine Person mit leichter körperlicher Tätigkeit.
 Ausdauersportler sollten mehr Kohlenhydrate und Eiweiß zu sich nehmen.

Station 5

**Zusatzaufgabe – Schulnachrichten

Einige dieser Meldungen enthalten Fehler. Nenne die Meldungen, in denen die mathematische Aussage nicht mit dem Text übereinstimmt und beschreibe den Fehler.

- Drei Fünftel aller Schüler der Einstein-Schule beteiligen sich an der Mathematikolympiade. Letztes Jahr waren es mit 50 % noch weniger.
- Jeder vierte Schüler (4%) der Klassenstufe 10 ist aktives Mitglied eines Fußballvereins.
- Ein Zwanzigstel aller Realschüler schaffte die Prüfungen zum Mittleren Schulabschluss nicht. Letztes Jahr waren es immerhin nur 4 %.
- Bei der Vorbereitung des Tages der offenen Tür beteiligte sich dieses Jahr nur jeder dritte Schüler. Letztes Jahr war es noch jeder Fünfte.

Station 7

Anteile

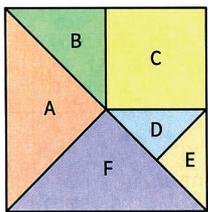
Gib den grau gefärbten Anteil als Bruch und als Prozentsatz an.

$\frac{\quad}{\quad} = \%$	$\frac{\quad}{\quad} = \%$	$\frac{\quad}{\quad} = \%$	$\frac{\quad}{\quad} = \%$
$\frac{\quad}{\quad} = \%$	$\frac{\quad}{\quad} = \%$	$\frac{\quad}{\quad} = \%$	$\frac{\quad}{\quad} = \%$

Station 7

** Anteile - Zusatzaufgabe

Das links abgebildete Quadrat besteht aus 6 Teilen. Gib die Anteile in Prozent an.



A =
 B =
 C =
 D =
 E =
 F =

Station 8

Begriffe zuordnen
Ordne die Begriffe den entsprechenden Bedeutungen zu!

1) <input type="text" value="Prozentsatz"/>	A) Das Guthaben auf einem Bankkonto beschreibt man auch mit diesem Begriff.
2) <input type="text" value="Grundwert"/>	B) Die Zinsrechnung ist eine Anwendung der Prozentrechnung. Deswegen ist dieser Begriff äquivalent zum Begriff <i>Prozentsatz</i> .
3) <input type="text" value="Zinsen"/>	C) Dieser Begriff kann auch als Anteil des Ganzen in der Prozentrechnung beschrieben werden.
4) <input type="text" value="Prozentwert"/>	D) Wenn man Geld bei einer Bank spart, überlässt man der Bank das Geld für eine bestimmte Zeit. Im Gegenzug erhält man dafür von der Bank Geld, so genannte _____.
5) <input type="text" value="Zinssatz"/>	E) Dieser Begriff entspricht immer 100 %, also einem Ganzen.
6) <input type="text" value="Kapital"/>	F) = Grundwert · Prozentsatz

Station 9

Knobelei* – Das Sierpinski-Dreieck**

Von einem gleichseitigen Dreieck verbindet man jeweils die Seitenmitten und entfernt das in der Mitte liegende Dreieck. Diese Schritte werden auch bei den verbleibenden Dreiecken angewandt. Das *Sierpinski-Dreieck* ist die Menge aller Punkte, die übrig bleibt, wenn man das Verfahren unendlich fortsetzt.

Wie viel Prozent der Fläche sind schwarz?

Station 9

*****Zusatzaufgabe Knobelei*** – Der Sierpinski-Teppich**

Im ersten Schritt wird das Quadrat in 9 gleich große Quadrate aufgeteilt, von denen das mittlere entfernt wird. Dieser Vorgang wird wiederholt auf die übrigen Quadrate angewandt. Der Sierpinski-Teppich ist die Menge der Punkte, die übrig bleibt, wenn man dieses Verfahren unendlich oft fortsetzt.

Wie viel Prozent der Fläche sind schwarz?

6.7.2 Allgemeine Bemerkungen zum Stationenlernen

• Funktion im Unterrichtsverlauf

Lernzirkel eignen sich mitunter (aber nicht in jedem Falle) zur Erarbeitung neuer Inhalte – insbesondere immer dann, wenn es unterschiedliche Zugänge zu einem Stoffgebiet gibt, die sich in verschiedenen Stationen widerspiegeln können. Im Rahmen einzelner Stationen können den Schülern auch Anschauungsgegenstände und Medien zum „Begreifen“ neuer Inhalte auf enaktiver Ebene an die Hand gegeben werden.

Lernstationen bieten sich aber auch sehr gut für Übungsphasen an, in denen die Schüler vor allem behandelte Inhalte einüben, wiederholen, vertiefen und anwenden. Wir werden auf die wiederholende Funktion von Lernzirkeln in Abschnitt I zurückkommen.

• Bereitstellung der Materialien

Die Schüler erhalten Aufgabenstellungen und Arbeitsaufträge schriftlich. Je nach Umfang und Charakter des Lernzirkels kann es sinnvoll sein, jedem Schüler die Aufgaben aller Stationen als Kopien auszuteilen oder nur einige Exemplare des gesamten Lernzirkels (etwa auf Karteikarten) der Klasse zur Verfügung zu stellen. Bei letzterem Weg lassen sich zwei Organisationsformen unterscheiden: Entweder werden im Klassenzimmer feste Lernstationen eingerichtet, zwischen denen die Schüler wandern, oder es werden die Materialien an zentraler Stelle bereitgelegt und die Schüler holen sie sich an ihre (Gruppen-) Arbeitstische.

• Lösungskontrolle

Damit die Schüler ihr Arbeiten eigenständig kontrollieren und verbessern können, sollten ihnen Lösungen zugänglich gemacht werden. Diese können im Klassenzimmer ausgehängt werden. Bei einfachen Rechenaufgaben ist ein schneller Zugriff zur Lösung von Vorteil, er ermöglicht unmittelbare Rückmeldung über den Erfolg des Arbeitens. Bei komplexeren Problemen, die die Entwicklung umfassenderer Lösungsstrategien erfordern, birgt ein früher Blick auf eine Lösung die Gefahr, dass entscheidende Gedanken einfach übernommen und dadurch die Schwierigkeit und das Potential einer Station gemindert werden.

- **Laufzettel**

Bei umfangreichen Lernzirkeln ist es sinnvoll, den Schülern einen Laufzettel an die Hand zu geben, der einen Überblick über den Aufbau des Lernzirkels und die einzelnen Stationen bietet und auf dem die Schüler notieren, welche Stationen sie bereits erledigt haben. Damit wird für die Schüler (wie auch die Lehrkraft) jeweils der aktuelle Stand der Arbeit sichtbar.

- **Binnendifferenzierung**

Lernzirkel bieten eine gute Möglichkeit, um die Unterschiedlichkeit der Schüler hinsichtlich ihres Leistungsvermögens und ihres Arbeitstempos zu berücksichtigen. Die Schüler arbeiten eigenständig und bestimmen dabei ihr Lerntempo weitgehend selbst. Neben Pflichtstationen, die sich an alle Schüler wenden, sollte ein Lernzirkel auch Stationen mit höheren Anforderungen enthalten, um schnellere und leistungsfähigere Schüler adäquat zu fördern.

- **Rolle der Lehrkraft**

Der Lehrer hält sich in derartigen Unterrichtsformen zurück und steht als Berater zur Verfügung. Es bedarf intensiver Vorbereitungszeit, um etwa einen gut durchdachten Lernzirkel auszuarbeiten. Hier sollte der kollegiale Austausch ausgiebig genutzt werden.

6.8 Projektarbeit

Unterrichtsprojekte sind sicher die anspruchsvollste Form eigenverantwortlichen Arbeitens. Sie setzen auf Schülerseite ein hohes Maß an Methodenkompetenz, Selbstmanagement und Sozialkompetenz voraus. Allerdings können Unterrichtsprojekte sehr gewinnbringend sein. Sie bieten viel Freiraum für Eigeninitiative, Kreativität, gestalterisches Wirken, Selbstständigkeit, Eigenverantwortung und Kooperation und können den organisatorischen Rahmen schaffen, um interessanten, auch unkonventionellen Fragen nachzugehen.

Für Projekte im Mathematikunterricht erscheinen vor allem folgende **Etappen** sinnvoll:⁵

1. Planungs- und Vorbereitungsphase

Am Anfang eines Projekts steht eine Idee. Im Idealfall entwickelt sich diese organisch aus dem Unterricht. In der Praxis wird gelegentlich wohl die Lehrkraft – vielleicht eine Idee der Schüler aufgreifend – den Anfangsimpuls für ein Unterrichtsprojekt geben müssen.

Im Zuge der Planungsphase sind zunächst erste, spontane Ideen zu sammeln, zu ordnen und auszuwerten. Dabei kristallisieren sich Projektziele heraus, Wege zum Erreichen dieser Ziele werden in der Klasse diskutiert. Die Planungen sollten dabei so ausführlich sein, dass sie später effizientes Arbeiten ermöglichen, sie sollten aber auch genügend Freiraum für die Spontaneität der Schüler lassen. Unter Umständen werden einige Ziele während der Projektarbeit umformuliert bzw. sogar aufgegeben oder durch neue Ziele ersetzt.

Im Zusammenhang mit diesen Planungen erweist es sich in der Regel als sinnvoll, Arbeitsgruppen einzurichten, um komplexe Probleme arbeitsteilig anzugehen. Es ist auch der zeitliche Rahmen des Projekts festzulegen.

Es ist ein Kennzeichen der Projektarbeit, dass die Schüler bereits bei der Planung der Aktivitäten mitsamt der Formulierung der Arbeitsziele und der Festlegung der Arbeitsmethoden Eigenverantwortung übernehmen und ihr Vorgehen möglichst selbstständig organisieren.

2. Realisierungsphase

Diese Phase ist das Kernstück der Projektarbeit. Es geht darum, die anfänglichen Planungen umzusetzen. Da sich hierbei die Kenntnisse, Einsichten und Kompetenzen der Schüler erweitern, sollten gelegentliche Phasen der Reflexion des Vorgehens stattfinden, bei denen die Schüler ihr eigenes Tun überdenken und infolgedessen die Planung (sowie die gesteckten Ziele) gegebenenfalls variieren. Handelt es sich bei dem Projekt um ein längerfristiges Vorhaben, so ist es sinnvoll, im Projektverlauf regelmäßig Fixpunkte zu setzen, bei denen sich

⁵Diese Ausführungen wurden teilweise von V. ULM übernommen.

die Schüler den Stand der Arbeiten angesichts des Gesamtvorhabens vergegenwärtigen, sich gegenseitig über ihre Tätigkeiten informieren und sie die weiteren Schritte organisieren.

Erkennt die Lehrkraft, dass das Projekt „läuft“, so sollte sie hauptsächlich als Berater zur Verfügung stehen. Zentrales Anliegen der Projektarbeit ist es, den Schülern selbstorganisiertes und kooperatives Arbeiten zu ermöglichen.

3. Präsentationsphase

Charakteristisch für Unterrichtsprojekte ist es, dass die Arbeit auf ein Produkt oder ein Ziel hin orientiert ist. Konnte die Realisierungsphase zu einem befriedigendem Abschluss gebracht werden, so erscheint es sinnvoll, das Ergebnis der Projektarbeit einer größeren Gruppe zu präsentieren. In der Schule kann eine solche Veröffentlichungsphase etwa darin bestehen, dass die erarbeiteten Resultate einer Parallelklasse, der gesamten Schulgemeinschaft oder einer größeren Öffentlichkeit außerhalb der Schule präsentiert werden. Derartige Präsentationen bieten vor allem eine wirkungsvolle Möglichkeit, Mathematik im Schulleben sichtbar zu lassen.

4. Evaluationsphase

Es wird Rückschau auf die bisherigen Tätigkeiten gehalten, diese werden reflektiert und beurteilt. Dabei wird geprüft, inwieweit die gesteckten Ziele erreicht wurden, es werden aber auch die gewählten Wege zu diesen Zielen analysiert. Es wird darüber nachgedacht, inwiefern das Vorgehen zweckmäßig war bzw. wo Verbesserungsmöglichkeiten bestünden. Dazu erscheinen Diskussionen in der Klasse in Kombination mit schriftlichen Äußerungen der Schüler (z. B. auf Fragebögen) zweckmäßig. Diese kritische Reflexion der Projektarbeit, die Auseinandersetzung mit dem Abgelaufenen, trägt dazu bei, „aus einfachem Tun bildendes Tun zu machen“ (Frey 2002).

Einige (willkürlich zusammengestellte) Themen für mögliche Projekte im Mathematikunterricht:

- Rund um den Kreis
- Pyramiden
- Pythagoras
- Der goldene Schnitt
- Parabeln
- Welche Verpackung ist optimal?
- Messen im Gelände
- Die Erde aus Sicht der Mathematik
- Bei welchen Eintrittspreisen erzielt das städtische Freibad den größten Gewinn?
- Die Oberfläche des Schulhauses
- Mathematik und Kunst
- Mathematik in der Musik
- Mathematik und 3D-Computergrafik

Pro Schuljahr mit ein oder zwei Klassen ein größeres Unterrichtsprojekt durchzuführen, erscheint angesichts der schulischen Rahmenbedingungen realistisch. Allerdings ist festzustellen, dass nicht jede Klasse hinsichtlich ihres Potentials und ihrer Kompetenzen (schon) zu sinnvoller Projektarbeit fähig ist.