

# Erweiterung der Axiomengruppe I zu Inzidenzaxiomen für den Raum

- I/5 Zu je drei nicht auf einer Geraden liegenden Punkten gibt es genau eine Ebene, die diese drei Punkte enthält. Jede Ebene enthält (wenigstens) einen Punkt.
- I/6 Wenn zwei Punkte einer Geraden  $g$  in einer Ebene  $\varepsilon$  liegen, so liegt jeder Punkt von  $g$  in  $\varepsilon$ .
- I/7 Wenn zwei Ebenen einen Punkt gemeinsam haben, so haben sie noch mindestens einen weiteren Punkt gemeinsam.
- I/8 Es gibt vier Punkte, die nicht in einer Ebene liegen. <sup>1)</sup>

## Bezeichnungen:

- Die Menge *aller* existierenden Punkte wird als *Raum* bezeichnet.
- $\mathfrak{P}$  - Menge aller Punkte
- $\mathfrak{G}$  - Menge aller Geraden
- $\mathfrak{E}$  - Menge aller Ebenen

## Einige Sätze der räumlichen Inzidenzgeometrie

- Satz 3: Zwei voneinander verschiedene Ebenen haben entweder keinen Punkt oder eine Gerade gemeinsam, auf der alle gemeinsamen Punkte beider Ebenen liegen.
- Satz 4: Eine Ebene und eine nicht in ihr liegende Gerade haben höchstens einen Punkt gemeinsam.
- Satz 5: Durch eine Gerade  $g$  und einen nicht auf ihr liegenden Punkt  $P$  geht genau eine Ebene  $\varepsilon$ . <sup>2)</sup>
- Satz 6: Jede Ebene enthält (wenigstens) drei Punkte.

<sup>1)</sup> Das Axiom I/4 der ebenen Inzidenzaxiome wird durch Axiom I/8 überflüssig.

<sup>2)</sup> Satz 5 lässt sich allerdings in diesem axiomatischen Aufbau auf der Grundlage der Inzidenzaxiome NICHT beweisen. Dazu wird die Tatsache benötigt, dass jede Gerade mindestens 2 Punkte enthält; dieser Satz ist erst durch das Anordnungsaxiom III/1 gegeben.