Sätze über die Stetigkeit der Anordnung von Punkten auf einer Geraden

Die beiden nachfolgenden Sätze entsprechen den Stetigkeitsaxiomen im Axiomensystem von Hilbert. Sie können bei unserem axiomatischen Aufbau auf der Grundlage der Abstands- und Anordnungsaxiome bewiesen werden.

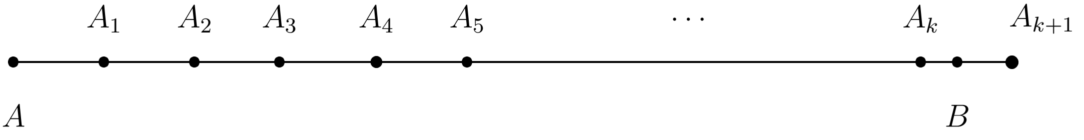
Satz 8 (Archimedes):

Es seien $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ beliebige Strecken. Dann existieren Punkte A_1,A_2, $\ldots A_n$ auf der Halbgeraden AB^+ derart, dass

a) $\overline{AA_1} \equiv \overline{A_1A_2} \equiv \cdots \equiv \overline{A_{n-1}A_n} \equiv \overline{CD}$ und

b) $B \in \overline{AA_n}$.

Satz 8 beinhaltet u. a., dass durch endlich häufiges Antragen einer Einheitsstrecke $\overline{CD}$ jede Strecke $\overline{AB}$ „ausgeschöpft“ werden kann. Die Zahl k ist dann der ganzzahlige Anteil des Abstandes der Punkte A und B.



Satz 9 (Cantor):

Auf einer beliebigen Geraden g sei eine unendliche Folge von Strecken $\overline{A_iB_i}$ gegeben mit $\overline{A_{i+1}B_{i+1}} \subset \overline{A_iB_i}$ (für alle $i \in \mathbf{N}$), und es gebe zu jeder Strecke $\overline{CD}$ eine natürliche Zahl n mit $d(\overline{A_nB_n}) < d(\overline{CD})$. Dann existiert auf g ein Punkt P mit $P \in \overline{A_iB_i}$ für alle $i \in \mathbf{N}$.