Anordnungsgeometrie

Definitionen (in Kurzfassung):

Def. 1: Ein Punkt B *liegt zwischen* zwei Punkten A und C (Schreibweise Zw(A,B,C)), falls $|AB| + |BC| = |AC|$ gilt sowie B von A und C verschieden ist.

Folgerung 1: Aus Zw(A,B,C) folgt Zw(C,B,A).

Folgerung 2: Falls Zw(A,B,C) gilt, so sind A, B, C kollinear.

Folgerung 3: Von drei verschiedenen kollinearen Punkten liegt stets (mindestens) einer zwischen den beiden anderen.

Def. 2: *Offene Strecke:* $(AB) := \{X \mid X \in P;\ \mathrm{Zw}(A,X,B)\}$

Abgeschlossene Strecke: $\overline{AB} = (AB) \cap \{A, B\}$

Def. 3: *Offene Halbgeraden* mit dem Anfangspunkt O:

$OA^{+} := \{P \mid P \in P;\ \mathrm{Zw}(OAP) \text{ oder } \mathrm{Zw}(OPA) \text{ oder } P = A\}$

$OA^{-} := \{P \mid P \in P;\ \mathrm{Zw}(POA)\}$

III. Anordnungsaxiome

III/1 Zu jeder nichtnegativen reellen Zahl a und jedem Punkt O der Ebene existiert auf jedem Strahl mit dem Anfangspunkt O genau ein Punkt A mit $|OA| = a$.

III/2 Eine beliebige Gerade g teilt die Menge der ihr nicht angehörenden Punkte der Ebene in zwei nichtleere, disjunkte Mengen derart, daß

a) die Verbindungsstrecke zweier beliebiger Punkte, die verschiedenen Mengen angehören, die Gerade g schneidet und

b) die Verbindungsstrecke zweier beliebiger Punkte, die derselben Menge angehören, die Gerade g nicht schneidet.