

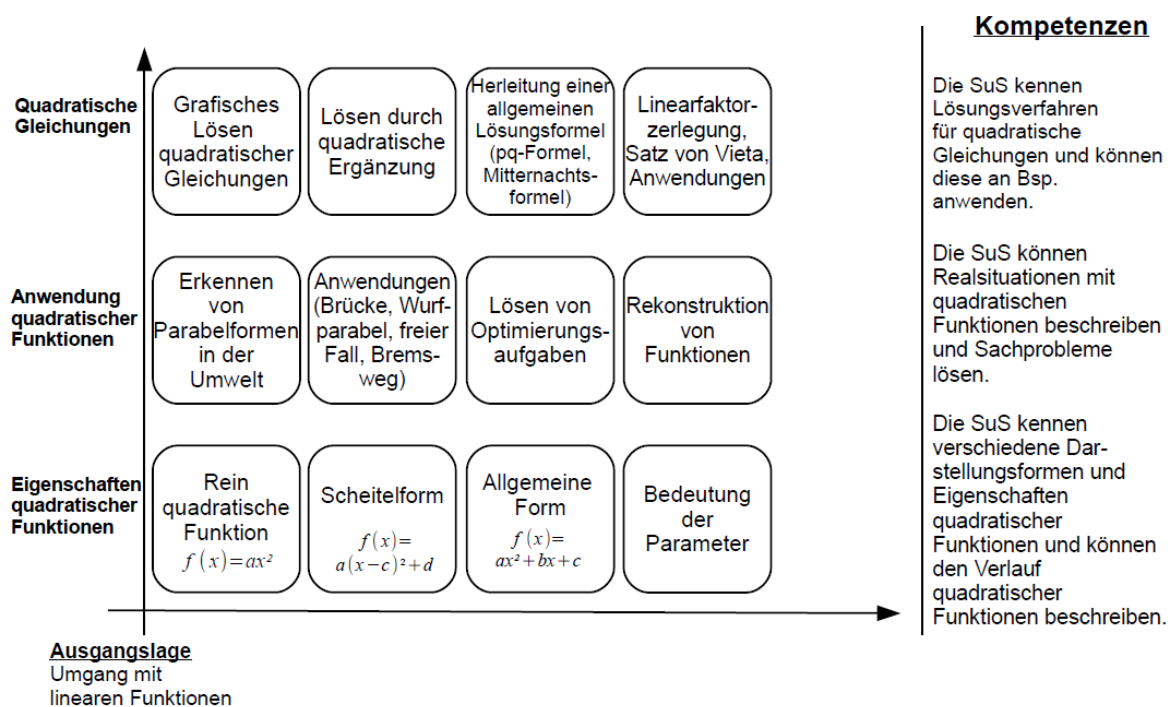
## Handout – Sitzung 4 Parameter in quadratischen Funktionsgleichungen

### Zusammenfassung:

In dem Vortrag ging es darum vorzustellen, wie die wichtigsten, grundlegenden Inhalte zum Thema *Quadratische Funktionen* mit einer schülerorientierten Lernsituation, basierend auf der dynamischen Geometriesoftware GeoGebra, erarbeitet werden können. Anschließend wurden dann verschiedene Aufgaben vorgestellt und kritisch reflektiert, welche besonders geeignet erscheinen, um weitere Inhalte des großen Themengebietes, der *Quadratischen Funktionen* zu erarbeiten.

### Zu den Inhalten:

Mithilfe des zu Beginn vorgestellten und als gut erachteten Kompetenzerwerbsschemas zu dem Thema *Quadratische Funktionen* kann gut demonstriert werden, wie unser Vortrag strukturiert ist.



Mit der schülerorientierten **GeoGebra-Lernumgebung** werden die Grundlagen geschaffen, um die späteren komplexeren Themenfelder erarbeiten zu können. Die computerorientierten Anwendungen decken u.a. die vier untersten Themenfelder ab, die man auch kurz unter der Rubrik: **Bedeutung der Parameter** zusammenfassen kann. Wie unschwer zu erkennen ist, werden die Anforderungen in der untersten Zeile von links nach rechts größer, d.h. wir beginnen bei Anwendung 1 mit nur einem Parameter, gehen dann weiter zur *Scheitelform*, bestehend aus drei Parametern und schließlich enden wir bei der komplizierten *allgemeinen Form*. Weitere

Anwendungen sehen vor, dass einfache Modellierungsaufgaben mit GeoGebra vorgenommen werden, d.h. es werden auch Inhalte aus dem Themenfeld *Anwendung quadratischer Funktionen* (siehe die mittlere Zeile) erarbeitet. Für die Modellierung eines Wasserstrahls, oder eines Brückenbogens müssen die Schüler die Bedeutung der Parameter erfasst haben, bzw. erfassen diese spielerisch, während sie modellieren. Ein Vorschlag aus dem Plenum war es, solche Modellierungsanwendungen leicht umzugestalten, sodass die Aufgabe nicht lediglich darin besteht, eine Parabel über einen Brückbogen zu legen, sondern diese Anwendung mit einer anwendungsorientierten Aufgabe zu versehen, z.B. der, dass bei gegebener Brückenlänge, die maximale Höhe des Brückenbogens gesucht ist. Dies würde den Vorteil haben, dass (a) die Aufgabe komplexer und damit ansprechernder und attraktiver wird und (b) die vorrausgehende Modellierung nicht als Selbstzweck dient, sondern nur der erste Schritt zum Lösen der Aufgabe ist.

Eine weitere Anwendung sieht vor, dass die Linearfaktorzerlegung einer Quadratischen Funktion betrachtet wird, wobei das Ziel ist, zu erkennen, dass bei dieser Darstellungsweise die Parameter genau die Nullstellen der Parabel sind. Das Plenum einigte sich darauf, dass es nicht bei diesem Ausblick bleiben dürfte, denn eine weitere Darstellungsweise (neben der Scheitelpunktsform und der allgemeinen Form) würde die Schüler nur zusätzlich verwirren. Man muss auf jeden Fall und sei es zu einem späteren Zeitpunkt, den Übergang von der Linearfaktorzerlegung zur Scheitelpunktsform und umgekehrt thematisieren.

Dass der Übergang von der Scheitelpunktsform zur allgemeinen Form und umgekehrt in der Schule behandelt wird, ist bereits dadurch gewährleistet, dass man zur Berechnung der Nullstellen einer quadratischen Gleichung aus der allgemeinen Darstellungsform (und damit sind wir bei der Herleitung der Mitternachtsformel), die Funktion in Scheitelpunktsform bringen muss (um dann erfolgreich nach  $x$  umstellen zu können).

---

In dem Vortrag wurde eine Übersicht vorgestellt, welche den Lehrenden auf die Schwierigkeiten bei der Herleitung der Mitternachtsformel aus der allgemeinen Darstellungsform quadratischer Funktionen aufmerksam machen soll. Die Schwierigkeiten beziehen sich auf das, was die Schüler schon können müssen und sind fast alle innermathematisch. Die Herleitung erfordert eine Menge Umformungsschritte. Als die Schwierigsten sind zu nennen: (1) beide Seiten der Gleichung (quadratisch) ergänzen, (2) Brüche zusammenfassen, d.h. Brüche erweitern, (3) die binomische Formel erkennen und anwenden, (4) die Wurzel ziehen und erkennen, dass es zwei Lösungen gibt, (5) mit Betragsstrichen arbeiten, (6) Einschränkung für den Term unter der Wurzel erkennen.

---

Betrachten wir nun wieder unser Kompetenzerwerbsschema, so sehen wir, dass noch einige Inhaltspunkte unangetastet sind. Dies wurde von uns versucht zu kompensieren, indem wir unterschiedliche Aufgabenkomplexe vorgestellt haben, die sowohl als inhaltlich ansprechend und abwechslungsreich erachtet wurden, als auch methodische Unterschiede aufweisen.

Die erste Aufgabe **Großes Kino – kleines Kino** ist eine anspruchsvolle Sachaufgabe, in welcher es darum geht eine Optimierung mittels einer quadratischen Funktion zu bestimmen. Der gesuchte  $x$ -Wert der Funktion - wobei man die Funktion zuerst aufstellen muss - ist der  $x$ -Wert des

Scheitelpunktes. Auch dies muss erst erkannt werden. Die Methode dieser Aufgabe ist selbstreflexiv, denn nachdem sich der Schüler an der Aufgabe probiert hat, soll er noch die folgenden Aussagen für sich ergänzen: (1) *Mir ist folgender mathematischer Zusammenhang klar geworden ...* (2) *Ich hatte Schwierigkeiten mit ...* (3) *Mir hat besonders viel gebracht, dass ...*

Die zweite Aufgabe ist ein **Silbenrätsel** zu den Themen: Lineare und quadratische Funktionen. Bei dieser Aufgabe sind die Lücken mit Begriffen, wie *Steigung, waagerecht, Normalparabel*, etc. auszufüllen. Die Aufgabe hat eine hohe sprachliche Anforderung und zum Ziel, sich das mathematische Vokabular zu erarbeiten.

Die dritte Aufgabe ist eine **Hinführung zur Auflösungsformel quadratischer Gleichungen**. Die Schüler sollen nacheinander 14 Aufgaben lösen. Der Schwierigkeitsgrad steigert sich von Aufgabe zu Aufgabe. Am Ende sollen die Schüler selbstständig in der Lage sein, sich die p-q-Formel und die Mitternachtsformel herzuleiten. An besonders gravierenden Stellen sind in Schülersprache gehaltene Kommentare gegeben, die verhindern sollen, dass sich die Schüler auf eine falsche Fährte begeben, wie z.B. der Hinweis: *Multipliziere bei 5. ja nicht aus und benutze 5. bei 6.*

Die Aufgabe vier beinhaltet eine Anwendung quadratischer Funktionen aus dem Alltag: **die Wurfparabel**. Für das Lösen der Aufgabe bekommen die Schüler eine weitere GeoGebra-Anwendung zur Hand, in welcher die Wurfparabel gezeichnet ist und der Winkel und die Anfangsgeschwindigkeit verändert werden können, wodurch verschiedene Parabeln entstehen. Die Aufgaben dazu lauten u.a.: (1) *Was bedeuten in dieser Situation der Streckfaktor und der Scheitelpunkt?* (2) *Wie beeinflussen der Winkel und die Anfangsgeschwindigkeit die Wurfparabel?* Im Plenum wurde angeregt, dass die wichtigsten Fragestellungen noch fehlen würden, nämlich solche wie: (3) *Bei welchem Winkel fliegt der Ball am weitesten?* Solche Extremwertaufgaben könnten mit GeoGebra näherungsweise gelöst werden und Vermutungen geäußert werden.

Die letzte Aufgabe ist ein **Aufgabenset zum Scheitelpunkt der Parabel**. Die Methode ist die des selbstbestimmten Lernens, denn den Schülern ist es freigestellt, welche der 5 von 9 Aufgaben (eigentlich sind es 10 Aufgaben, aber die 6. Aufgabe ist die mit der Wurfparabel der Gruppe 4) sie in der vorgegebenen Zeit lösen möchten. Die Aufgaben gehen von leicht zu schwer und decken viele Facetten quadratischer Funktionen ab. Man muss z.B. eine quadratische Funktion rekonstruieren aus gegebenen Scheitelpunkt und Streckfaktor. Man soll des Weiteren eine falsch gerechnete Aufgabe korrigieren. In einer anderen Aufgabe soll man bei schon gezeichneter Funktion und gegebenen Randbedingungen das Koordinatenkreuz richtig einzeichnen. Das Aufgabenset wurde insgesamt sehr positiv bewertet.

(Ende)

