

Proportionalität vs Lineare Funktion – Gemeinsamkeiten und Unterschiede

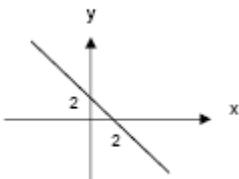
Zum Einstieg wurden zwei Aufgaben vorgestellt, die die Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen Proportionalität und linearen Funktionen aufzeigen sollen. (Die Aufgaben befinden sich in der Datei „Stationen mit Lösung“.) Es wurde deutlich, dass beide graphischen Darstellungen eine Gerade ergeben, wobei die Punkte bei einer proportionalen Zuordnung nicht einfach verbunden werden dürfen. Je nach Proportionalitätsfaktor/Steigung fallen bzw. steigen die Geraden. (Proportionalität als Spezialfall der Linearität)

Anhand der Einführung der linearen Funktion mittels der Einführung über die Definition einer ganzrationalen Funktion n-ten Grades und der anschließenden Betrachtungen des Spezialfalls des 1-ten Grades, sollte eine Alternative präsentiert werden zum üblichen Vorgehen über die Wiederholung der Proportionalität. Mit Hinweis auf das Spiralprinzip und das Analogieprinzip wurde die Idee vom Seminar eher verworfen und das herkömmliche Vorgehen auf Grundlage des Wissensaufbaus auf Vorhandenes bevorzugt (**Wichtig:** Vermittelt den SuS, dass es sich bei den Funktionen um zusammengehörende Wertepaare (Argument und Funktionswert) handelt!!!).

Es folgte eine Diskussion darüber, in welcher Reihenfolge und wann ich Steigung bzw. Achsenschnittpunkte einführe. Konsens war, dass der Anstieg anhand eines Beispiels eingeführt werden soll. Vorgeschlagen wurde das bekannte Verkehrsschild. Die breite Mehrheit war dafür, ein Teil sah darin die Problematik, dass ich den SuS nicht das richtige Suggestiere. Die Reihenfolge bleibt jedem selbst überlassen, wobei sich durch die vorher behandelte Proportionalität die Einführung der Steigung (Proportionalitätsfaktor) anbietet.

Verschiedene Darstellungsformen:

In der Seminargruppe überwog der Konsens, dass es schwierig ist, die Darstellungsformen für sich zu betrachten. Entscheidend ist die Mischung und Anwendung verschiedener Darstellungsformen je nach der Unterrichtssituation und gewünschten Lernzielen. Während des Gespräches wurden folgende Vor-/Nachteile gemeinsam ermittelt:

	Beispiel	Vorteil	Nachteil								
Eine Wortschrift	Einem Wert wird das Doppelte des Wertes zugeordnet.	(- Sprachliche Verbalisierung) - Findung der Zuordnungsvorschrift	- führt zu Verwirrung - schlecht zu Handhaben								
eine Wertetafel (Wertetabelle)	<table border="1"> <tr> <td>X</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>Y</td> <td>7</td> <td>10</td> <td>15</td> </tr> </table>	X	3	5	7	Y	7	10	15	(- der Graph lässt sich leicht zeichnen.) - der Anstieg ist leicht zu berechnen - die Zuordnung ist gut erkennbar	- lässt Lücken offen - es werden nur wenige Werte gezeigt
X	3	5	7								
Y	7	10	15								
eine graphische Darstellung im kartesischen Koordinatensystem (Graph der Funktion)		- beliebig viele Werte - gute Übersicht - die Steigung lässt sich leicht bestimmen (Steigungsdreieck) - leichte Erkennung des Zusammenhangs	- die Exaktheit fehlt - zeigt nur ein bestimmtes Intervall								
eine Gleichung (Funktionsgleichung)	$F(x) = 3 \cdot x + 1$	- leichte Erstellung der Wertetabelle - einfaches Ausrechnen beliebiger Wertepaare	- hohe Abstraktion								

Bei den Darstellungsformen der Funktionsgleichung wurde ersichtlich, dass den meisten Studenten in der Schule nur die explizite Darstellungsform begegnet ist. Mit dem Hinweis von Frau Luckmann wurde aber auch deutlich, dass einem die Parameterdarstellung in der Physik hätte begegnen können. Für den Schulgebrauch ist die explizite Darstellungsform wohl die geeignetste. Dies ergaben auch die zusammengetragenen Vor- /Nachteile:

Darstellung der Funktionsgleichungen			
Darstellungen	Beispiel (m := 2; t:= 4; a:= -6;b := 3 und c:=-12)	Vorteil	Nachteil
explizite Darstellung (die Funktion ist nach der Variablen y aufgelöst) y = f(x) mit f(x) = m·x + t Diese Darstellung entspricht der Standardschreibweise	$f(x) = 2 \cdot x + 4$	- gut erkennbare Zuordnung	
implizite Darstellung (die Funktion ist nicht nach der Variablen y aufgelöst) f(x,y) = 0 mit f(x,y) = a·x+b·y + c	$f(x,y) = 0$ $-6 \cdot x + 3 \cdot y - 12 = 0$	- Wahrnehmung der Wertepaare - zeigt die gleiche Bedeutung von x und y	- wirkt Befremdlich - die Gleichung muss erst umgestellt werden
Parameterdarstellung (die Funktion ist in Abhängigkeit vom Parameter t gegeben) x = x(t) und y = y(t)	$x(t) \rightarrow 2 \cdot t$ $y(t) \rightarrow 4 \cdot t + 4$	- geeignet um den Funktionsbegriff zu erweitern	- wirkt Befremdlich - Zusammenhang nur über Koeffizientenvergleich ersichtlich.

Stationen-Lernen Formeln als Funktion

Generell herrscht Einklang darüber, dass die Themen wie es so schön heißt mit Hilfe eines „Schülerkontextes“ eingeführt werden sollen. Als Beispiel wurde ein Stationen-Lernen rund ums Becherglas vorgestellt. Die erste Station wurde als sehr gut geeignet empfunden und generell wurde die Idee des Becherglases und des damit verbundenen Experimentierens als gelungen angesehen. Kritik gab es an den Stationen zwei und drei, da hier die Graphen keine lineare Abhängigkeit aufwiesen. Durch die Verbesserungsvorschläge in Hinblick auf die Abhängigkeiten (einmal r^2 und einmal $1/\text{Grundfläche}$), können die Stationen so, oder so ähnlich als Vertiefung/Übung/Umgang mit linearen Funktionen ihre Verwendung finden

Test

Den Abschluss bildete die Besprechung des Testes. Im vorhergehenden Seminar wurde eine Klassenarbeit vorgestellt und es sollte ein Erwartungshorizont sowie die Bewertung eines Schülers anhand dieses Horizontes vorgenommen werden. Dies gestaltete sich als äußerst komplex, weshalb nun auch hier nochmals ein Erwartungshorizont und eine Verteilung der Bewertungseinheiten vorgenommen werden soll. Dabei gilt es abzuschätzen wie ist der Schwierigkeitsgrad und wie viel Zeit wird zur Bearbeitung der Aufgabe vom Schüler benötigt.

Bei dem Erstellen eines Tests sind folgende Punkte zu beachten:

- Die Aufgabestellung sollte eindeutig und mit Hilfe der Operatoren formuliert sein.
- Es sollte ein passender Erwartungshorizont geschrieben werden. Es darf nur das in einem Erwartungshorizont auftauchen, was auch wirklich erwartet wird.
- Bei der Verteilung der Punkte muss der Erwartungshorizont und der Zeitaspekt der Bearbeitung beachtet werden.

Lösungsvorschläge zu dem Test befinden sich in der Datei: Test Lösungsvorschläge.

Quellen:

1. Alfred Hilbert: Wir wiederholen Funktionen; 1982; VEB Fachbuchverlag Leipzig
2. <http://www.arndt-bruenner.de/mathe/java/linearefunktionen.htm>
3. <http://de.wikipedia.org/wiki/Proportionalit%C3%A4t>
4. H. Malle: Mathematik erleben Ein Lehr- und Übungsbuch für Schule und Praxis Band 1; 1996; Verlag Harri Deutsch
5. Katrin Richter, Anja Schäfer: Weil nicht alles proportional ist.
6. <http://ne.lo-net2.de/selbstlernmaterial/m/s1fu/lf/lfindex.html>
7. Robert Müller-Fonfara: Mathematik verständlich; 2010; Weltbild
8. Heinrich Bürger, Roland Fischer und Günther Malle: Formeln als Funktion