Kritische Betrachtung des Tangentenproblems

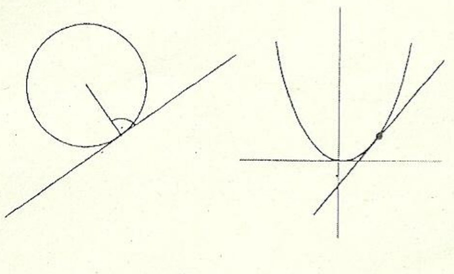
1. Schritt: Definition der Steigung einer Kurve in einem Punkt über die Tangente
2. Schritt: Die Tangente als Grenzlage von Sekanten
3. Schritt: Berechnung der Tangentensteigung als Grenzwert

Zum ersten Schritt

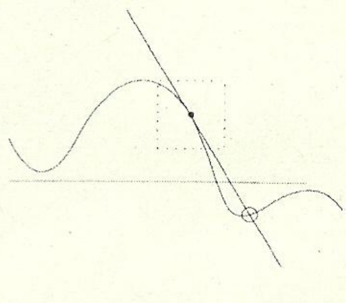
Ausgehend von der Beobachtung, dass sich die Steigung einer Kurve im Allgemeinen von Punkt zu Punkt ändert, wird gefragt, was man unter dem punktuellen Anstieg zu verstehen hat.

Die Steigung einer Kurve in einem Punkt wird definiert durch die Steigung der Tangente in diesem Punkt.

Auf diese Weise wird das (allgemeine) Steigungsproblem auf den vertrauten Begriff der Steigung bei Geraden zurückgespielt. Die Gefahr ist, dass bei diesem Definitionsversuch die entscheidende Frage an den Rand gerät: *Was ist eine Tangente*? Die Tangente dann – wie es üblich ist – als eine Gerade zu erklären, die sich der Kurve lokal um den Berührpunkt anschmiegt, geht weit über die bis dahin vom Schüler erworbene Grundvorstellung von einer Tangente hinaus. Diese ist geprägt vom Kreis, bei dem die Tangente diejenige Gerade ist, die mit der Kurve genau einen Punkt gemeinsam hat und sie auch nicht durchdringt. Während der Schüler diesen *geometrischen* Begriff der Tangente im Kopf hat, zielt der wissende Lehrer mit seiner Schmieg-Definition auf einen im Kern *analytischen* Tangentenbegriff. *Und diese Differenz der mitgedachten Erfahrungsbereiche führt unweigerlich zu Friktionen.*[1] Der vom Kreis her kommende geometrische Tangentenbegriff trägt durchaus ein Stück weiter, wie das Beispiel der Normalparabel zeigt (allgemeiner: Tangente als Stützgerade bei konvexen Funktionen), aber er ist letztlich eine Sackgasse. Der für die Klärung der Kurvensteigung benötigte analytische Tangentenbegriff ist eben *lokaler* Natur. Dieser Paradigmenwechsel von der globalen zur lokalen Sicht macht die Hauptschwierigkeit des ersten Schritts aus.



geometrisch: Tangente als *globale* Stützgerade



analytisch: Tangente als *lokale* Schmieggerade

Grundvorstellungen zur Tangente

[1] Man denke etwa an die kubische Normalparabel im Nullpunkt.