

Kritische Betrachtung des Tangentenproblems

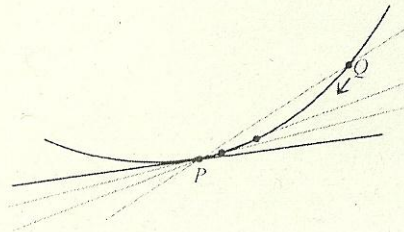
1. Schritt: Definition der Steigung einer Kurve in einem Punkt über die Tangente

2. Schritt: Die Tangente als Grenzlage von Sekanten

3. Schritt: Berechnung der Tangentensteigung als Grenzwert

Zum zweiten Schritt

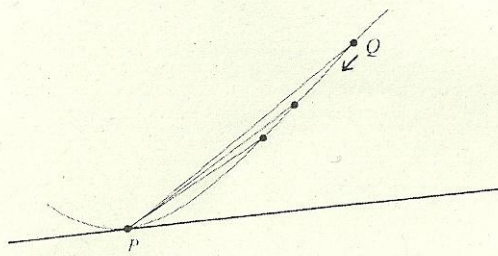
Hier wird die *Berechnung* der Tangentensteigung vorbereitet durch eine neue Idee, nämlich die Tangente in einem Punkt als Grenzlage benachbarter Sekanten aufzufassen:



Zunächst ist festzuhalten, dass diese für das Folgende entscheidende Idee *nicht* an die Definition der Tangente aus dem ersten Schritt anknüpft. Denn die Schmiege-Definition zielt auf die *Güte* der Näherung durch eine Gerade (Tangente als bestapproximierende Gerade), während die Idee der Annäherung durch Sekanten zunächst nichts mit der Frage der Bestapproximation zu tun hat.

Die Vorstellung von der Annäherung der Tangente durch benachbarte Sekanten wird damit zu einer eigenständigen, gleichsam vom Himmel fallenden genialen Idee. So entsteht ein Bruch in der Gedankenführung.

Hinzu kommt, dass dieser Idee erkenntnistheoretisch eine spezifische Schwierigkeit innewohnt: Schaut man statt auf die Sekanten nur auf die Sehnen PQ ,



so ziehen sich die Sehnen schließlich auf einen Punkt (nämlich P) zusammen; die Grenzlage ist dann nicht einmal eine Strecke, geschweige denn die Tangente.

Genau dieses Phänomen wird in der Literatur beschrieben¹. (Typische Schülerantwort: „die Sehnen werden kürzer“, „die Sehnen ziehen sich auf einen Punkt zusammen“, „die Fläche wird kleiner“ – gemeint ist die Fläche zwischen Sehne und Bogen.)

Fazit: Das Verfahren der Annäherung durch Sekanten und der intendierte Tangentenbegriff stehen unverbunden nebeneinander.