



# POTENZEN, POTENZGESETZE, POTENZFUNKTIONEN ...

Die schrittweise Erweiterung der Potenz  $a^x$  einer positiven reellen Zahl  $a$  im Sinne des kumulativen Aufbaus von Wissen beginnend bei natürlichen Exponenten  $x$  bis hin zu irrationalen Exponenten

Referenten: Philipp Reichert & Sina Schwarz

# POTENZEN, POTENZGESETZE, ...

1. Kumulatives Lernen
  - interaktiver Vortrag (15min)
2. Potenzen, Potenzgesetze, ... - kumulativer Aufbau der Thematik
  - gemeinsame Entwicklung eines Schemas
  - Vergleich mit dem Rahmenlehrplan (25min)
3. Potenzen, Potenzgesetze, ... in der Schule
  - Gruppenarbeit (45min)
4. Potenzfunktionen mit DGS
  - schrittweise Erarbeitung (15min)



# KUMULATIVES LERNEN

- **„kumulativ“:**

lat. cumulare – anhäufen

- **„kumulatives Lernen“:**

„...bezeichnet einen Lehr- und Lernprozess, bei welchem aufgrund einer entsprechenden didaktischen Konstruktion die Lehrinhalte in sinnstiftenden Zusammenhängen miteinander vernetzt werden und unmittelbar an den vorhandenen Erfahrungen/Wissen/Können der Lernenden anknüpfen.“ (Quelle: Wikipedia)



# KUMULATIVES LERNEN

In ein gleichseitiges Dreieck wird ein möglichst großer Kreis gezeichnet.  
Wie viel Prozent der Dreiecksfläche füllt die Kreisfläche aus?

(entnommen vom SINUS-Transfer-Server)



# KUMULATIVES LERNEN

In ein gleichseitiges Dreieck wird ein möglichst großer Kreis gezeichnet.  
Wie viel Prozent der Dreiecksfläche füllt die Kreisfläche aus?

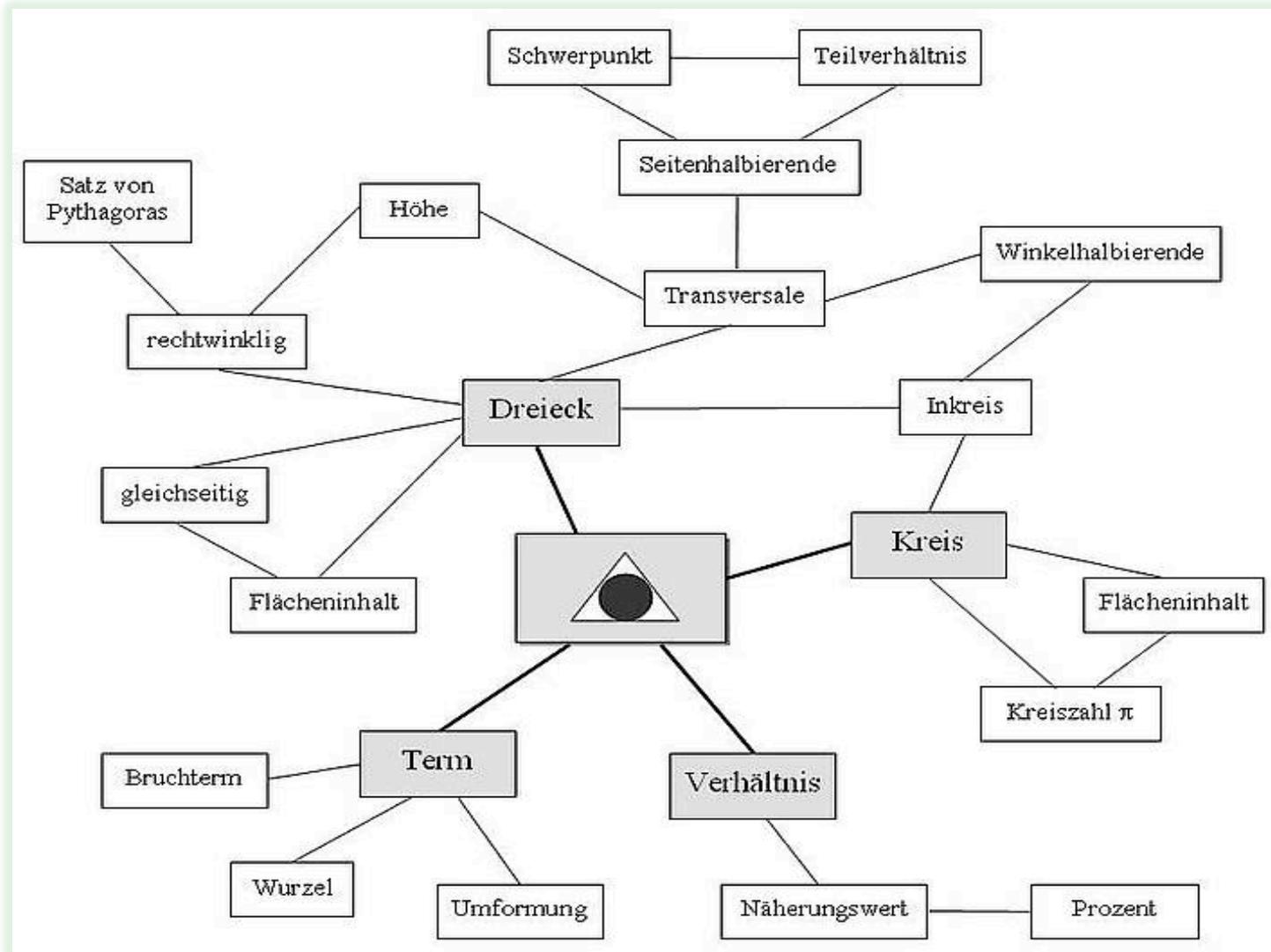
(entnommen vom SINUS-Transfer-Server)

Löst die Aufgabe!

Schaut anschließend, welche mathematischen Begriffe/Inhalte ihr verwendet habt!



# KUMULATIVES LERNEN



(entnommen vom SINUS-Transfer-Server)

# POTENZEN, POTENZGESETZE, ...

Was möchtet ihr, woran sich die Schüler  
später zum Thema „Potenzen,  
Potenzgesetze, Potenzfunktionen ...“  
noch erinnern?



# POTENZEN, POTENZGESETZE, ...

Was möchtet ihr, das die Schüler später zum Thema „Potenzen, Potenzgesetze, ...“ noch erinnern?

**Denkanstöße:** Definitionen? Definitionsbereiche? Potenzgesetze? Darstellungen? Stolpersteine?



Vorwissen  
der Schüler

- Flächeninhalte  
 $A = a^2$   
- Einheiten  $m^2$

Schreibweise  
evtl. schon  
aus Primfaktoren-  
zerlegung

Quadratische  
Funktionen &  
Wurzel-Fkt.

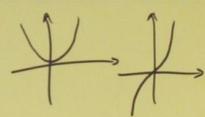
Definition &  
Schreibweise

Def:  
 $a^n = a \cdot \dots \cdot a$   
 $n \in \mathbb{N}$

Schreibweise:  
 $a^x$   
x - Exponent  
a - Basis

Exponent  $\in \mathbb{N}$

$a^n \cdot a^m = a^{m+n}$   
 $n, m \in \mathbb{N}$   
u.a.  
Rechengesetze



Exponent  $\in \mathbb{Z}$

Def:  
 $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$   
 $n \in \mathbb{Z}$

Def:  $n \in \mathbb{N}_0$   
 $a^0 = 1$   
 $a \neq 0$

Potenzgesetze  
für  $n, m \in \mathbb{Z}$

Exponent  $\in \mathbb{Q}$

$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$   
Wurzeln Def.

Potenzen  
in Funktionen  
&  
Gleichungen

Exponent  $\in \mathbb{R}$

$e^\pi, a^{\sqrt{2}}$

Exponential- &  
Logarithmus fkt.



# POTENZEN, POTENZGESETZE, ... IN DER SCHULE

## Gruppenarbeitsphase:

Findet euch bitte in 4 Gruppen zusammen & bearbeitet den ausgehändigten Arbeitsauftrag!  
Die Arbeitszeit dafür beträgt 20min.



# POTENZEN, POTENZGESETZE, ... IN DER SCHULE

## Gruppe 1

1. Schaut euch an, wie das Thema „Potenzen, Potenzgesetze,...“ in dem bereitgestellten Lehrbuch behandelt wird.
  - a) Erstellt eine Übersicht des inhaltlichen Aufbaus.
  - b) Entspricht dieser Aufbau dem kumulativen Lernen? Begründet!
  - c) Was ist euch an diesem Aufbau positiv bzw. negativ aufgefallen? Benennt je drei Aspekte!
  
2. Schaut euch explizit die Einführung des Potenzbegriffs sowie der Potenzgesetze für  $n \in \mathbb{N}$  an. Überlegt dabei auch, auf welches Vorwissen der Schüler zurückgegriffen wird.



# POTENZEN, POTENZGESETZE, ... IN DER SCHULE

## Gruppe 2

1. Schaut euch an, wie das Thema „Potenzen, Potenzgesetze,...“ in dem bereitgestellten Lehrbuch behandelt wird.
  - a) Erstellt eine Übersicht des inhaltlichen Aufbaus.
  - b) Entspricht dieser Aufbau dem kumulativen Lernen? Begründet!
  - c) Was ist euch an diesem Aufbau positiv bzw. negativ aufgefallen? Benennt je drei Aspekte!
  
2. Betrachtet die Erweiterung des Definitionsbereichs des Exponenten von  $\mathbb{N}$  auf  $\mathbb{Z}$ . Geht dabei besonders auf den Erhalt der Potenzgesetze und die  $a^0$ - und  $0^0$ -Problematik ein.



# POTENZEN, POTENZGESETZE, ... IN DER SCHULE

## Gruppe 3

1. Schaut euch an, wie das Thema „Potenzen, Potenzgesetze, ...“ in dem bereitgestellten Lehrbuch behandelt wird.
  - a) Erstellt eine Übersicht des inhaltlichen Aufbaus.
  - b) Entspricht dieser Aufbau dem kumulativen Lernen? Begründet!
  - c) Was ist euch an diesem Aufbau positiv bzw. negativ aufgefallen? Benennt je drei Aspekte!
  
2. Betrachtet nun explizit die Erweiterung des Definitionsbereichs des Exponenten von  $\mathbb{Z}$  auf  $\mathbb{R}$ . Geht dabei auch kurz auf die Einführung der Begriffe „Wurzel“ bzw. „n-te Wurzel“ sowie auf den Erhalt der Potenzgesetze ein.



# POTENZEN, POTENZGESETZE, ... IN DER SCHULE

## Gruppe 4

1. Schaut euch an, wie das Thema „Potenzen, Potenzgesetze,...“ in dem bereitgestellten Lehrbuch behandelt wird.
  - a) Erstellt eine Übersicht des inhaltlichen Aufbaus.
  - b) Entspricht dieser Aufbau dem kumulativen Lernen? Begründet!
  - c) Was ist euch an diesem Aufbau positiv bzw. negativ aufgefallen? Benennt je drei Aspekte!
  
2. Betrachtet die Erweiterung des Definitionsbereichs des Exponenten von  $\mathbb{Q}$  auf  $\mathbb{R}$ . Macht einen Vorschlag wie man es besser machen könnte.



# BERLINER RAHMENLEHRPLAN

## P5 7/8

- wechseln situationsangemessen zwischen unterschiedlichen Darstellungsformen von Zahlen (Bruchdarstellung, Dezimaldarstellung, Zehnerpotenzen mit natürlichen Exponenten),

## P1 9/10

- beschreiben die Menge der reellen Zahlen,
- bestimmen Quadratwurzeln näherungsweise mit dem Taschenrechner und runden situationsangemessen,
- bestimmen Wurzeln von Quadratzahlen im Kopf und nutzen sie zum Schätzen, lösen Sachprobleme, die das Bestimmen der Quadratwurzel erfordern.
- konstruieren einige Quadratwurzeln geometrisch auch auf der Zahlengeraden,
- beschreiben Quadratwurzeln an Beispielen durch ein Näherungsverfahren (Intervallschachtelung),

## P4 9/10

- ★★ beschreiben und skizzieren den Verlauf von Potenzfunktionen der Form  $f(x) = x^n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  mit Hilfe von Wertetabellen, Graphen  
★★★ Termen
- beschreiben und lösen Extremalprobleme mit Hilfe von quadratischen Funktionen,
- begründen die Potenzgesetze,
- nutzen Potenzgesetze ( $n \in \mathbb{Z}$ ) zur Vereinfachung von Termen,
- nutzen n-te Wurzeln zur Auflösung von Potenzgleichungen,
- beschreiben die Wurzelfunktion als Umkehrfunktion einer quadratischen Funktion (Normalparabel),
- nutzen Wurzelgleichungen zur Lösung von Problemen.

