HU Berlin Wintersemester 2009/10

Übungsaufgaben zur Vorlesung

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I

Prof. Dr. J. Kramer

Abgabetermin: 02.11.2009 vor der Vorlesung

Bitte beachten:
JEDE Aufgabe auf einem neuen Blatt abgeben.
JEDES Blatt mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe versehen.

Serie 3 (40 Punkte)

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Wir geben die Koeffizientenmatrix des Gleichungssystems, das die Relationen in einem magischen 3×3 – Quadrat mit Summen gleich 12 beschreibt, wie folgt bei MATLAB ein und erhalten die unten stehende Antwort als reduzierte Form:

```
a = [1 1 1 0 0 0 0 0 0 12;0 0 0 1 1 1 0 0 0 12;0 0 0 0 0 0 1 1 1 12;
     1 0 0 1 0 0 1 0 0 12;0 1 0 0 1 0 0 1 0 12;0 0 1 0 0 1 0 0 1 12;
     1 0 0 0 1 0 0 0 1 12;0 0 1 0 1 0 1 0 0 12]
a =
     1     1     1     0     0     0     0     0     0    12
     0     0     0     1     1     1     0     0     0    12
     0     0     0     0     0     0     1     1     1    12
     1     0     0     1     0     0     1     0     0    12
     0     1     0     0     1     0     0     1     0    12
     0     0     1     0     0     1     0     0     1    12
     1     0     0     0     1     0     0     0     1    12
     0     0     1     0     1     0     1     0     0    12

>> rref(a)

ans =

     1     0     0     0     0     0     0     0     1     8
     0     1     0     0     0     0     0     1     0     8
     0     0     1     0     0     0     0    -1    -1    -4
     0     0     0     1     0     0     0    -1    -2    -8
     0     0     0     0     1     0     0     0     0     4
     0     0     0     0     0     1     0     1     2    16
     0     0     0     0     0     0     1     1     1    12
     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
```

Interpretieren Sie dieses Ergebnis und geben Sie Lösungen in $\mathbb{N}$ an.

Aufgabe 2 (10 Punkte)
Zwei Grundstoffe S_1, S_2 sind in den Mischungen A, B, C, D mit den folgenden Anteilen enthalten:

	A	B	C	D
S_1	6 %	6%	3%	2%
S_2	15%	10%	15%	10%

Es soll aus A, B, C, D eine Mischung hergestellt werden, welche S_1 mit 4% und S_2 mit 12% enthält. Bestimmen Sie die Mischverhältnisse.

Aufgabe 3 (10 Punkte)
Bestimmen Sie alle Polynome dritten Grades

$$f(X) = a_3X^3 + a_2X^2 + a_1X + a_0$$

mit Koeffizienten $a_0, \ldots, a_3 \in \mathbb{R}$, welche die Eigenschaft

$$f(-2) = -16, \quad f(1) = -1, \quad f(4) = 50, \quad f(7) = 299$$

besitzen.

Aufgabe 4 (10 Punkte)
Es sei $(G, \circ)$ eine Gruppe.

(a) Beweisen Sie, dass G genau ein neutrales Element besitzt.

(b) Beweisen Sie, dass für $a, b \in G$ die folgenden Identitäten gelten:

$$(a \circ b)^{-1} = b^{-1} \circ a^{-1} \qquad (a^{-1})^{-1} = a\,.$$