Institut für Mathematik
Prof. Dr. Uwe Küchler
Dipl.-Math. Eva Naumann
Dr. Elke Warmuth

Wintersemester 2000/2001

Übungen zur Vorlesung
Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie

11.1.* Mit h_n wird die relative Häufigkeit der Erfolge in einem Bernoulli-Schema mit den Parametern n und p bezeichnet.

a) Es sei $p = 0,4$ und $n = 1500$. Wie groß ist näherungsweise die Wahrscheinlichkeit, daß h_n zwischen 0,36 und 0,44 liegt?

b) Es sei $p = \frac{2}{3}$ und $n = 1200$. Bestimmen Sie das kleinste ε, so daß die Wahrscheinlichkeit für

$$|h_n - p| < \varepsilon$$

mindestens 0,958 beträgt.

c) Es sei $n = 14400$. Für welche Werte von p beträgt die Wahrscheinlichkeit für

$$|h_n - p| < 0,01$$

mindestens 0,99?

11.2.* Zeichnen Sie die Verteilungsfunktion der Binomialverteilung mit den Parametern $n = 5$ und $p = 0,2$.

11.3.* a) Es sei X normalverteilt mit den Parametern μ und σ^2. Ermitteln Sie die Verteilung von

$$X^* = \frac{X - \mu}{\sigma}.$$

Hinweis: Drücken Sie die Verteilungsfunktion bzw. die Dichte von X^* mit Hilfe der Verteilungsfunktion bzw. der Dichte von X aus.

b) Es sei X normalverteilt mit den Parametern 3 und 16.
Berechnen Sie $P(-4 \leq X < 7)$.

11.4. Es sei U eine in $[0, 1]$ gleichmäßig verteilte Zufallsgröße und F eine streng monotone Verteilungsfunktion.
Beweisen Sie, daß die Zufallsgröße $Z = F^{-1}(U)$ die Verteilungsfunktion F besitzt.

11.5.* Es sei p der unbekannte Anteil einer Bevölkerung mit dem Merkmal A. In einer Großstadt wird eine zufällige Stichprobe vom Umfang n erhoben. Es sei S_n die Anzahl der Personen mit dem Merkmal A in dieser Stichprobe.

a) Begründen Sie, daß man S_n näherungsweise als binomialverteilt ansehen kann.

b) In Meinungsumfragen wird oft der Stichprobenumfang $n = 2000$ gewählt.
Treffen Sie Wahrscheinlichkeitsaussagen über die zufällige Abweichung des Schätzwertes $h_n = \frac{S_n}{n}$ vom unbekannten Anteil p.
Hinweis: Benutzen Sie den Grenzwertsatz von Moivre-Laplace und eine Abschätzung für $p(1-p)$ nach oben.

Kontrollfragen zur Vorlesung

31. Wie ist die Verteilungsfunktion F_X einer reellwertigen Zufallsgröße X definiert und welche Eigenschaften hat sie?

32. Wie hängt die Verteilungsfunktion F_X einer diskret (stetig) verteilten Zufallsgröße X mit den Einzelwahrscheinlichkeiten (bzw. der Dichte) der Zufallsgröße X zusammen?

33. Wie bestimmt man das q-Quantil der Wahrscheinlichkeitsverteilung einer reellen Zufallsgröße X anhand ihrer Verteilungsfunktion F_X?