



Dr. Elke Warmuth
Dr. Bernhard Gerlach
Institut für Mathematik

Wintersemester 2005/06

Musterklausur Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung (L)

1. (20 Punkte)

Bei einem Biathlon-Staffelwettbewerb der Frauen finden ein Liegendschießen und ein Stehendschießen statt, bei denen jede Starterin jeweils 5 Schüsse abgibt. Wir betrachten nur eine Staffel beim Stehendschießen und nehmen an, dass es kein Nachladen gibt. Für die Starterinnen 1, 2, 3, und 4 werden die Trefferwahrscheinlichkeiten p_1, p_2, p_3 und p_4 angenommen. Die Schüsse jeder Starterin seien unabhängig untereinander und unabhängig von den Schüssen der anderen Starterinnen.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Starterinnen 1 und 2 je fünfmal, die Starterin 3 dreimal und die Starterin 4 nur zweimal trifft?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim Stehendschießen nur eine Starterin fehlerfrei bleibt?
- c) Wie groß sind der Erwartungswert und die Varianz der Anzahl der Treffer der Staffel?
- d) Es sei nun $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = 0,8$. Eine Wette wird angeboten, bei der 100 EUR ausgezahlt werden, wenn alle Starterinnen ohne Fehlschuß bleiben. Bei mindestens einem Fehlschuß wird nichts ausgezahlt.
Was ist der faire Einsatz für diese Wette?

2. (6 Punkte)

Der Kurs S einer Aktie am 07.02.06 wird als Zufallsgröße $S = 40e^R$ modelliert, wobei die Zufallsgröße R normalverteilt ist mit den Parametern $\mu = 0,08$ und $\sigma^2 = 0,04$.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Aktienkurs am 07.02.06 über 50 liegt.
- b) Geben Sie ein Intervall an, in dem der Aktienkurs S mit rund 95%iger Wahrscheinlichkeit liegt.

3. (8 Punkte)

Zur Früherkennung einer Stoffwechselkrankheit bei Säuglingen wurde eine neue Untersuchungsmethode entwickelt. Bei der Anwendung dieser Methode wird in 0,01% aller Fälle eine vorliegende Stoffwechselkrankheit nicht entdeckt, während sie in 0,1% aller Fälle irrtümlich eine Krankheit anzeigt.

Durchschnittlich haben bei 1,1 Millionen Geburten 100 Säuglinge diese Krankheit. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein als krank diagnostizierter Säugling diese Stoffwechselkrankheit hat?

4. (14 Punkte)

Über den Wähleranteil p der ABC-Partei soll die Hypothese

$$H : p = 0,20 \quad \text{gegen die Alternative } A : p > 0,20$$

getestet werden.

Unter allen Wahlberechtigten wird eine zufällige Stichprobe vom Umfang 2000 erhoben.

- a) Wie groß ist unter der Hypothese H der Erwartungswert der Anzahl der ABC-Wähler in der Stichprobe?
- b) Bestimmen Sie einen kritischen Bereich für einen Signifikanztest zum Signifikanzniveau 0,05.
- c) Wie groß ist näherungsweise die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 2. Art, wenn der Wähleranteil der ABC-Partei tatsächlich 0,22 beträgt?
- d) In der Stichprobe wurden 440 ABC-Wähler beobachtet. Bei welchem Signifikanzniveau wäre das ein signifikantes Ergebnis?

5. (12 Punkte)

Die Zufallsgrößen X und Y nehmen die Werte 1, 2 und 3 an. Dabei seien folgende Wahrscheinlichkeiten bekannt.

$$\begin{aligned} P(X = 1) &= 0,5 & P(X = 2) &= 0,3 \\ P(Y = 1) &= 0,7 & P(Y = 2) &= 0,2 \\ P(X = 1, Y = 1) &= 0,35 & P(X = 2, Y = 2) &= 0,06 \\ P(X = 3, Y = 1) &= 0,20 & & \end{aligned}$$

- a) Bestimmen Sie die gemeinsame Verteilung von X und Y .
- b) Begründen Sie, dass X und Y nicht unabhängig sind?
- c) Beschreiben Sie den Grad des linearen Zusammenhangs zwischen X und Y .