Institut für Mathematik
Dr. Elke Warmuth
Dr. Evelyn Buckwar; Dipl.-Math. Jan Johannes

Wintersemester 2001/2002

Übungen zur Vorlesung Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie

11.1. Aus dem Intervall [0,1] wird auf gut Glück ein Punkt ausgewählt. Sei A_n das Ereignis "Der ausgewählte Punkt liegt im Intervall $\left[0, \frac{n}{n+1}\right)$" und B_n das Ereignis "Der ausgewählte Punkt liegt im Intervall $\left(0, \frac{1}{n}\right)$". Was bedeuten die Ereignisse $A = \bigcup_n A_n$ und $B = \bigcap_n B_n$?

11.2. Es seien F und G Verteilungsfunktionen. Die Funktion H sei definiert durch $H(x) = F(G(x))$. Finden Sie notwendige und hinreichende Bedingungen dafür, dass H eine Verteilungsfunktion ist.

11.3. Die Zufallsgröße X sei normalverteilt mit den Parametern 10 und 36. Berechnen Sie $P(-3 < X < 5)$.

11.4. Benutzen Sie eine Zufallszifferntabelle oder die entsprechende Funktion auf einem Taschenrechner, um 20 Realisierungen einer auf dem Intervall (0,1) gleichverteilten Zufallsgröße zu simulieren. Berechnen Sie das arithmetische Mittel und die empirische Streuung dieser Werte. Benutzen Sie die simulierten Werte, um 20 Realisierungen einer mit dem Parameter 0,5 exponentialverteilten Zufallsgröße zu erzeugen. Berechnen Sie für diese Werte das arithmetische Mittel und die empirische Streuung.

11.5. Zwei Ohmsche Widerstände werden hintereinandergeschaltet. Sie werden durch normalverteilte Zufallsgrößen $R_1 \sim N(500, 100)$ und $R_2 \sim N(200, 16)$ beschrieben. In welchen Grenzen $(700 - \delta, 700 + \delta)$ liegt mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,98 der Gesamtwiderstand $R_1 + R_2$?

11.6. Es sei $F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ c\frac{x}{1+x} & x \geq 0 \end{cases}$

a) Bestimmen Sie c so, dass F die Verteilungsfunktion einer Zufallsgröße X wird.
b) Berechnen Sie die Dichte f von X.
c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 1)$.

11.7. Die Haftkraft eines Plastikklebstoffes ist normalverteilt mit μ =1000 N und $\sigma = 80$ kp.
a) Eine Klebestelle wird mit 980 N belastet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie nicht hält?
b) Der Test aus a) wird 10 mal unabhängig unter den gleichen Bedingungen wiederholt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 6 oder mehr dieser Wiederholungen die Klebestelle nicht hält?

11.8. Der mittlere Aktionsradius (in km) eines Autotyps wird vom Hersteller unter DIN-Bedingungen mit $\mu = 400$ km bei einer Standardabweichung von $\sigma = 10$ km angegeben. Man nimmt an, dass der Aktionsradius normalverteilt ist.
a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, eine Strecke von 390 km ohne Nachtanken fahren zu können.
b) Welchen Abstand dürfen zwei Tankstellen höchstens haben, wenn man mit der Wahrscheinlichkeit 0,99 diesen Abstand mit einer Tankfüllung fahren will?

11.9. T_1 und T_2 seien zwei unabhängige, mit den Parametern λ_1 bzw. λ_2 exponentialverteilte Zufallsgrößen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von $T = \min\,(T_1, T_2)$.
Hinweis: $min(a, b) \geq t \Leftrightarrow$?

11.10. Aus der Einheitskreisscheibe wird ein Punkt zufällig ausgewählt. Bestimmen Sie die Verteilung seines Abstandes X zum Mittelpunkt.