

Übungsaufgaben zur Vorlesung **Analysis II** (Kombinationsbachelor-Studiengang)

Übungsserie 11

Abgabe am 11.07.2016

Hinweise zur Abgabe der Übungsaufgaben:

- Lösen Sie jede Aufgabe auf einem extra Blatt.
- Versehen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen, der Matrikelnummer und der Nummer Ihrer Übungsgruppe (Montag/Mittwoch).
- Sie dürfen die Lösungen einzeln oder (maximal) zu zweit abgeben.
- Die Aufgaben werden Montags **vor** der Vorlesung abgegeben. Verspätete oder elektronische Abgaben werden **nicht** akzeptiert.

Aufgabe 11.1

(a) Bestimmen Sie – falls vorhanden – alle lokalen Minima, Maxima und Sattelpunkte von $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = x^5 + 1000x^2 + 1000y^2 + y^5$. **6 Pkt.**

(b) Es sei $f: \mathbb{R}^2 \setminus \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$.

Zeigen Sie, dass für alle $x, y \in \mathbb{R}^2 \setminus \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ gilt: $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = 0$. **2 Pkt.**

Aufgabe 11.2

Bestimmen Sie – falls vorhanden – alle lokalen Minima, Maxima und Sattelpunkte der Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = (4x^2 + y^2) \cdot e^{-x^2 - 4y^2}$. **8 Pkt.**

Aufgabe 11.3

Berechnen Sie die Jacobi-Matrix der Abbildung $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $f(r, \theta, \varphi) = \begin{pmatrix} r \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi \\ r \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi \\ r \cdot \cos \theta \end{pmatrix}$. **4 Pkt.**

Insgesamt: **20 Pkt.**