

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Einführung in die Mathematikdidaktik

Übungsserie 2

Abgabe am 11.11.2015

1. *Computereinsatz im Mathematikunterricht*

Die folgenden Aufgaben beziehen sich auf die Excel-Einführung in der Übung am 30.10.2013 und die dort ausgegebenen Arbeitsblätter (die für die Aufgaben relevanten Teile finden Sie auch auf der folgenden Seite).

Ermitteln Sie mithilfe einer Tabelle in Excel (oder einer anderen Tabellenkalkulations-Software), nach wie vielen Jahren sich ein Sparguthaben bei einem Zinssatz von

- (a) 2%
- (b) 5%

verdoppelt und nach wie vielen Jahren es sich verdreifacht hat. Verzichten Sie dabei auf die Verwendung von Logarithmen und verwenden Sie nur mathematische Grundlagen, die auch in nichtgymnasialen Bildungsgängen behandelt werden. 4 Pkt.

Hinweis zur Abgabe:

Drucken Sie Ihre Kalkulationstabellen aus und geben Sie die Ausdrucke ab.

2. Vollziehen Sie das Beispiel „Ratenkredite, effektiver Jahreszins“ auf der folgenden Seite in Excel (oder einer anderen Tabellenkalkulations-Software) nach. Entwickeln Sie dazu eine Tabelle, in der nach Eingabe der Ausgangswerte automatisch die Restschuld am Ende eines jeden Monats berechnet wird. Verändern Sie nun den Zinssatz so, dass die Restschuld am Ende des 12. Monats so nahe wie möglich an Null ist (versuchen Sie, eine Abweichung von weniger als 5,- € zu erreichen). 10 Pkt.

Hinweis zur Abgabe:

Drucken Sie Ihre Kalkulationstabellen aus und geben Sie die Ausdrucke ab.

3. *Spiralprinzip*

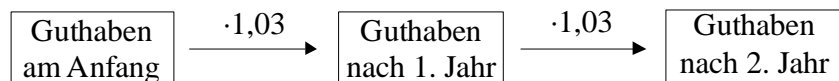
Stellen Sie anhand der Rahmenlehrpläne aller drei Schulstufen und Ihrer Vorlesungsmitschriften aus den Vorlesungen zur Analysis und zur linearen Algebra ein dem Spiralprinzip folgendes Curriculum zur Behandlung von Gleichungen von der Grundschule bis zur Hochschule zusammen. (Achten Sie insbesondere bei der Grundschule darauf, dass das Wort „Gleichung“ nicht unbedingt verwendet werden muss und das Lösen von Gleichungen dennoch vorbereitet werden kann – z. B. durch Aufgaben mit „Platzhaltern“.) 6 Pkt.

Zinsrechnung mithilfe der Tabellenkalkulation

Entwicklung von Sparbucheinlagen (Zinseszins)

Beispiel: Ein Guthaben wird jährlich zu 3% verzinst.

- In welcher Weise wächst es von Jahr zu Jahr?
- Nach welcher Zeit hat es sich verdoppelt?



Jahr	Guthaben
0	100,00 €
1	103,00 €
2	106,09 €
3	109,27 €
4	112,55 €
5	115,93 €
6	119,41 €
7	122,99 €
8	126,68 €
9	130,48 €
10	134,39 €
11	138,42 €
12	142,58 €
13	146,85 €
14	151,26 €

Lösungsmethode mithilfe der Tabellenkalkulation:

- Für jedes Jahr das Guthaben am Jahresende berechnen (Multiplikation des Vorjahresguthabens mit 1,03 bzw. allgemein $1 + \frac{p}{100}$).
- Gesucht: Laufzeit n , so dass $\frac{G_n}{G} = 2$.

Ratenkredite, effektiver Jahreszins

Beispiel: Herr X kauft ein Auto für 17 000 €. Der Händler bietet folgende Zahlungsform: Anzahlung von 5000 €, Rest zahlbar in 12 Monatsraten zu je 1 075 € (1000 € Tilgung, 75 € Ratenaufschlag). Welcher „effektive Zinssatz“ liegt diesem Angebot zugrunde?

Erste Überlegung:

- Es liegt ein Darlehen über 12000 € vor.
- Die Kosten des Darlehens sind $12 \cdot 75 \text{ €} = 900 \text{ €}$
- 900 € sind 7,5% von 12 000 €
 \Rightarrow Ist das der gesuchte Zinssatz?

Zweite Überlegung (Schätzung):

- Herr X nimmt nur einen Monat lang die volle Kreditsumme in Anspruch.
 - Dann zahlt er 1000 € zurück \Rightarrow hat nur noch 11 000 € geliehen, dann nur noch 10 000 € usw.
 - Im 12. Monat hat er nur noch 1000 € geliehen.
- \Rightarrow Im Mittel hat er also ein Jahr lang 6500 € geliehen und bezahlt dafür 900 € Zinsen.
 Das entspricht einem Zinssatz von 13,8%.

Berechnung:

- Darlehenskonto über 12000 € anlegen, das in 12 Raten zu 1 075 € getilgt und verzinst wird.
 - Die monatliche Rate enthält einen Tilgungs- und einen Zinsanteil.
 - Der Zinsanteil sinkt mit zunehmender Tilgung.
 - Die Summe der Zinsen sind gerade die Kosten des Darlehens.
- \Rightarrow „Ausprobieren“ verschiedener „effektiver Zinssätze“, bis die gegebenen Werte erreicht sind.

Monat	Schuld am Monatsanfang	Rate	Zinssatz	Zinsen	Kosten (Gesamt)	Tilgung	Schuld am Monatsende
1	12.000,00 €	1.075,00 €	13,80%	138,00 €	138,00 €	937,00 €	11.063,00 €
2	11.063,00 €	1.075,00 €	13,80%	127,22 €	265,22 €	947,78 €	10.115,22 €
			usw.				
11	2.129,93 €	1.075,00 €	13,80%	24,49 €	904,42 €	1.050,51 €	1.079,42 €
12	1.079,42 €	1.075,00 €	13,80%	12,41 €	916,84 €	1.062,59 €	16,84 €

\Rightarrow Die Rechnung bestätigt den Überschlag, dass der „effektive Zinssatz“ fast doppelt so groß ist, wie zunächst vermutet wurde.