

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Einführung in die Mathematikdidaktik

Übungsserie 6

Abgabe am 20. 01. 2016

1. Gegeben ist folgende Aufgabe (geeignet für das Ende der Grundschule oder die S I):

Kann man einen Draht so biegen, dass ein
a) Würfel b) Oktaeder
entsteht? (Der Draht darf nicht zerschnitten werden, keine Kante darf zweifach Draht enthalten.)

- (a) Wie können Grundschüler (die sich noch nicht mit Graphentheorie befasst haben) diese Aufgabe lösen? Gehen Sie insbesondere darauf ein, wie die Unmöglichkeit für den nicht lösbaren Teil der Aufgabe begründet werden kann. 4 Pkt.
- (b) Wie können Schüler (z. B. zu Beginn der Sekundarstufe I) die angestellten Überlegungen nutzen, um das Königsberger Brückenproblem zu bearbeiten. 2 Pkt.
- (c) Nennen und begründen Sie wesentliche didaktische Funktionen dieser Aufgabe einschließlich der weiterführenden Betrachtungen in Teil b). 3 Pkt.
2. (a) Platten¹ Sie Tetraeder, Oktaeder, sowie fünfseitige Prismen und Pyramiden. Notieren Sie die Anzahlen e der Ecken, k der Kanten und f der Gebiete (Flächen) dieser Körper (bzw. der zugehörigen Graphen). Verifizieren Sie für diese Beispiele die Eulersche Polyederformel ($e - k + f = 2$). 5 Pkt.
- (b) Beweisen Sie, dass für beliebige zusammenhängende ebene Graphen die Eulersche Polyederformel gilt. 6 Pkt.

Hinweis: Benutzen Sie, dass sich jeder zusammenhängende ebene Graph ausgehend von einem Graphen, der nur aus einer einzigen Ecke (und null Kanten) besteht, durch genügend häufige Ausführung folgender Operationen aufbauen lässt:

- Hinzufügen einer neuen Ecke und gleichzeitig einer Kante, die zu dieser Ecke führt;
- Einfügen einer neuen Kante, die zwei schon bestehende Ecken miteinander verbindet;
- Einfügen einer neuen Ecke auf einer schon bestehenden Kante.

¹Platten bedeutet, zu den Körpern isomorphe ebene Graphen zu zeichnen. Graphen sind isomorph, wenn sie in ihren Ecken und Kanten (im Sinne von Paaren von Ecken, die sie verbinden) übereinstimmen, unabhängig davon, wie sie gezeichnet werden.