

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Lineare Algebra und Analytische Geometrie I

Übungsserie 3

Abgabe am 07. 11. 2012

Bitte lösen Sie jede Aufgabe auf einem separaten Blatt. Geben Sie auf jedem Blatt gut lesbar Ihren Namen, die Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe (Namen des Übungsleiters) an.

1. (a) Entscheiden Sie, ob es sich bei den folgenden Umformungen um Äquivalenz-, „Gewinn-“ oder „Verlustumformungen“ handelt (jeweils mit ganz kurzer Begründung). 3 Pkt.

i. $2^x = 32768$ wird (durch Logarithmieren) umgeformt zu $x = 15$

ii. $\sqrt{x^2} = 5$ wird umgeformt zu $(\sqrt{x})^2 = 5$

iii. $|x - 3| = 5$ wird umgeformt zu $x - 3 = 5$

- (b) Analysieren Sie den folgenden „Beweis“. An welcher Stelle wurde eine unzulässige Umformung vorgenommen? (Begründen Sie kurz.) 2 Pkt.

Es seien a, b, c drei beliebige reelle Zahlen mit $a = b + c$.

$$a = b + c$$

$$\Rightarrow 3a - 2a = 3b - 2b + 3c - 2c$$

$$\Rightarrow 3a - 3b - 3c = 2a - 2b - 2c$$

$$\Rightarrow 3 \cdot (a - b - c) = 2 \cdot (a - b - c)$$

$$\Rightarrow 3 = 2$$

2. (a) Lösen Sie – ohne die Verwendung einer Lösungsformel – die quadratische Gleichung $3x^2 + 7x + 2 = 0$. 2 Pkt.

- (b) Leiten Sie mithilfe quadratischer Ergänzung die „p-q-Formel“ für quadratische Gleichungen der Form $x^2 + px + q = 0$ her: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$. 3 Pkt.

3. Beweisen Sie den Satz von Vieta:

Zwei reelle Zahlen x_1 und x_2 sind genau dann Lösungen einer quadratischen Gleichung der Form $x^2 + px + q = 0$, falls für die Koeffizienten p, q Folgendes gilt:

- $p = -(x_1 + x_2)$ und
- $q = x_1 \cdot x_2$.

5 Pkt.

Hinweis: Beachten Sie, dass der Satz eine „genau-dann-wenn“-Aussage beinhaltet.

4. (a) Zwei Stahlsorten enthalten 20% bzw. 30% Nickel. Man will aus beiden Stählen einen Stahl mit einem Nickelgehalt von 22,5% und einer Masse von 200 kg schmelzen. Wieviel Kilogramm Stahl jeder Sorte werden benötigt, wenn man bei der Rechnung von Verlusten beim Schmelzen absieht? 2 Pkt.

- (b) „Saftladen“: Für eine Party hat Tatjana 16 Flaschen Cola und 12 Flaschen Apfelsaft eingekauft. Dafür musste sie 36,52 € zahlen. Als sie sich an einen Vortrag zur gesunden Ernährung erinnerte und 8 Flaschen Cola gegen 8 Flaschen Apfelsaft umtauschte, bekam sie 1,60 € zurück. Wieviel kostete eine Flasche Apfelsaft, wieviel eine Flasche Cola? 3 Pkt.