

Übungsaufgaben zur Vorlesung / Übung
Elementargeometrie
Sommersemester 2003

Serie 5 (Abgabe: 30.06 – 02. 07. 2003)

Aufgabe 1 (20 %)

Beweisen Sie Satz 48 aus der Vorlesung (Satz über den Schnittpunkt der Seitenhalbierenden):

Die Seitenhalbierenden eines beliebigen Dreiecks schneiden sich in einem Punkt, dem Schwerpunkt des Dreiecks. Dieser Punkt teilt die Seitenhalbierenden im Verhältnis 2:1.

Hinweis: Verwenden Sie die Strahlensätze und die Umkehrung des 1. Strahlensatzes. Zeigen Sie zunächst, dass sich zwei Seitenhalbierende im Verhältnis 2:1 schneiden. Argumentieren Sie, dass die dritte Seitenhalbierende auch durch diesen Schnittpunkt verläuft.

Aufgabe 2 (20 %)

Beweisen Sie den Ähnlichkeitssatz „sss“ (Satz 58 b)):

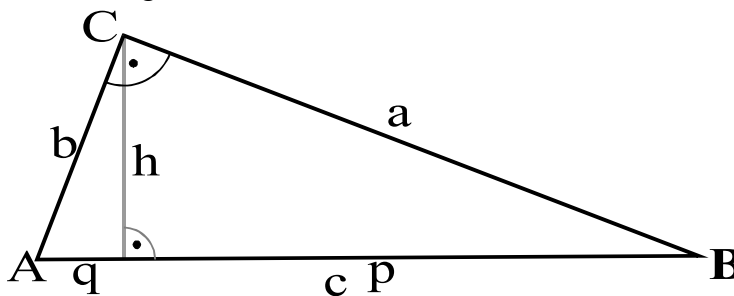
Wenn alle drei Seiten eines Dreiecks $\overline{ABC}$ mit je einer Seite eines anderen Dreiecks $\overline{DEF}$ gleiche Längenverhältnisse bilden, so sind die beiden Dreiecke einander ähnlich.

Hinweis: Verwenden Sie den Kongruenzsatz „sss“ und die Strahlensätze.

Aufgabe 3 (20 %)

Beweisen Sie die Umkehrung des Höhensatzes (Satz 62 c):

Gilt für ein Dreieck $\overline{ABC}$ (mit Bezeichnungen entsprechend der Skizze) $h^2 = pq$, so ist das Dreieck bei C rechtwinklig.



Aufgabe 4 (40 %)

Gegeben sei ein rechtwinkliges Dreieck $\overline{ABC}$ mit dem rechten Winkel bei C . Es sei $\overline{BC} = a$ und es gelte $\overline{AC} : \overline{BC} = 2 : 1$. Die Halbierende des rechten Winkels $\angle(ACB)$ schneide den Umkreis des Dreiecks außer in C auch in einem Punkt D .

Berechnen Sie die Länge der Sehne $\overline{CD} = d$ als Funktion von a .

Hinweis: Verwenden Sie den Satz: *In jedem Dreieck teilt die Winkelhalbierende die gegenüberliegende Seite im Verhältnis der anliegenden Seiten.*

Viel Erfolg beim Anfertigen der Aufgaben.