

Für den Zirkel 7c, Schuljahr 2012/2013

Im Schuljahr 2012/2013 soll jeder Schüler einen kleinen Vortrag zu einem mathematischen Thema halten. Das Thema kann dabei frei gewählt werden. Ich gebe einige Vorschläge für Vortragsthemen, aus denen könnt ihr euch auch gern eines wählen.

Der Vortrag sollte mindestens 10 Minuten dauern. Ein interessantes Thema kann man natürlich auch mal einen ganzen Zirkel lang vorstellen! Ihr könnt den Vortrag entweder nur mit Tafel und Kreide oder mit einem OH-Projektor oder mit einer Power Point-Präsentation halten. Bitte schreibt mir spätestens am Wochenende vorher eine E-Mail, was ihr für den Vortrag benötigt.

Es folgt eine Liste von Vortragsthemen:

1. Entenjagd

Im ersten Zirkel haben wir eine Simulation durchgeführt und Vermutungen gesammelt. Im Vortrag soll diese Vermutung mathematisch entweder bestätigt oder für falsch befunden werden.

2. Eine weitere mathematische Simulation

In der Rechnung mit Wahrscheinlichkeiten fehlen manchmal die Möglichkeiten, diese Wahrscheinlichkeiten exakt anzugeben. Simulationen liefern oft gute Ergebnisse. Im Vortrag soll eine weitere mathematische Simulation vorgestellt werden. Geeignete Beispiele wären zum Beispiel das *Ziegenproblem* oder der *Monte-Carlo-Algorithmus zur Berechnung der Kreiszahl π* (schwer).

3. Leonhard Euler

Leonhard Euler war einer der produktivsten und wichtigsten Mathematiker aller Zeiten. Er hat in vielen Bereichen der Mathematik wichtige Entdeckungen gemacht.

Im Vortrag sollen kurz interessante Punkte aus dem Lebenslauf von Leonhard Euler vorgestellt werden. Außerdem soll eine interessante mathematische Erkenntnis im Zusammenhang mit ihm erwähnt werden. Dazu bieten sich zum Beispiel die *Eulersche Phi-Funktion* oder die *Eulersche Zahl* (schwer) an.

4. Carl Friedrich Gauß

Gauß war ein überragender Mathematiker im 19. Jahrhundert. Neben seinem Lebenslauf soll eine interessante mathematische Erkenntnis im Zusammenhang mit ihm vorgestellt werden. Hierzu eignet sich zum Beispiel der *kleine Gauß* (Summenformel für die ersten n natürlichen Zahlen), im Zusammenhang damit können auch interessante Eigenschaften der *Dreieckszahlen* vorgestellt werden.

5. Teilbarkeitsregeln

Im Vortrag sollen Teilbarkeitsregeln vorgestellt und bewiesen werden. Es bieten sich zum Beispiel Teilbarkeitsregeln für die Zahlen 7, 13 oder (etwas schwerer) 19 an.

6. Teilbarkeit durch Zahlen der Form 100...001

Im Vortrag sollte eine Teilbarkeitsregel für solche Zahlen erklärt und bewiesen werden. Dabei sollte allgemein der Begriff *alternierende k-Quersumme* erklärt werden.

7. Zahlendarstellung im Computer

Im Zirkel werden wir uns mit Stellenwertsystemen beschäftigen. Im Vortrag soll erklärt werden, mit welchen Zahlenformaten Computer und Taschenrechner rechnen.

Es bietet sich an, im Weiteren darauf einzugehen, was für Probleme das Rechnen mit Computerzahlen mit sich bringt (*Rechengenauigkeit*). Es ist auch möglich, darauf einzugehen, mit welchen Schaltungen Zahlen im Computer verarbeitet werden (*Halbaddierer, Volladdierer, schwer*).

8. Russische Bauernmultiplikation

In der Schule wird eine Art der Multiplikation von zwei Zahlen gelehrt. Tatsächlich gibt es jedoch noch viele weitere. Taschenrechner und Computer berechnen Multiplikationen beispielsweise nur mit Verwendung der Addition. Ein Beispiel für ein solches Verfahren zur Multiplikation von zwei Zahlen, das nur die Addition verwendet, ist die *Russische Bauernmultiplikation*. Im Vortrag soll das Verfahren vorgestellt und seine Richtigkeit begründet werden.

9. Der Schwerpunkt eines Dreiecks

Ähnlich wie Umkreis- und Inkreismitelpunkt ist auch der Schwerpunkt eines Dreiecks ein ausgezeichneter Punkt von großem Interesse. Im Vortrag soll der Schwerpunkt definiert werden und seine Eigenschaften erklärt werden.

Möglich ist auch, den übrigen Schülern im Anschluss eine Konstruktionsaufgabe dazu zu stellen.

10. Geometrische Invarianten

Gegeben sei eine geometrische Figur mit gewissen Eigenschaften. Wenn die Figur verändert wird (zum Beispiel bei einem Viereck einer der Eckpunkte verschoben wird), so ändern sich im Allgemeinen ihre Eigenschaften. Es gibt jedoch besondere Figuren, die Eigenschaften haben, die bei Veränderung der Figur gleich bleiben. Solche Eigenschaften heißen Invarianten. Im Vortrag soll eine geometrische Invariante vorgestellt werden, geeignete Beispiele wären hier zum Beispiel der *Satz von Viviani*, der *Satz von Morley* (schwer) oder das *Napoleon-Dreieck* (schwer).

11. Fasskreisbogen

Die Beschäftigung mit Fasskreisbogen ergibt sich direkt aus der Beschäftigung mit dem Peripherie-Zentriwinkel-Satz. Im Vortrag soll der Fasskreisbogen definiert werden. Es bietet sich an, eine Konstruktion für einen Fasskreisbogen bei gegebener Strecke und gegebenem Umfangswinkel zu erklären.

12. Zweikreisfiguren

Gegeben seien zwei Kreise. Es ist eine klassische Konstruktionsaufgabe, eine Gerade zu bestimmen, die Tangente an beide Kreise ist. Im Vortrag soll eine Konstruktion hierfür vorgestellt werden und die Richtigkeit der Konstruktion soll bewiesen werden. Möglich ist es auch, ein weiteres Zweikreisproblem zu behandeln, wie zum Beispiel die optimale Packung zweier Kreise mit gleichem Radius in einem Rechteck.

13. Tangentenviereck

Ein Viereck, dessen vier Seiten Tangenten an einen gemeinsamen Kreis sind, heißt Tangentenviereck. Im Vortrag soll der *Satz vom Tangentenviereck* vorgestellt und bewiesen werden: Der Satz besagt, dass in jedem Tangentenviereck die Summen von Längen gegenüberliegender Seiten gleich sind. Mehr noch: Tatsächlich gilt auch die Umkehrung. Also jedes Viereck, das diese Bedingung erfüllt, ist ein Tangentenviereck.

14. Platonische Körper falten

Ein platonischer Körper ist ein Körper, der konvex ist und nur aus regelmäßigen Vielecken besteht. Insgesamt gibt es fünf platonische Körper. Im Vortrag soll ein

Verfahren vorgestellt werden, einen der Körper aus Papier zu falten. Geeignet wäre auch zu zeigen, dass es keine weiteren platonischen Körper gibt.

15. Irrationale

Zahlen

Eine rationale Zahl ist eine Zahl, die sich als Bruch mit ganzen Zahlen als Zähler und als Nenner darstellen lässt. Es gibt allerdings auch noch andere Zahlen, die sich nicht als ein solcher Bruch darstellen lassen, solche Zahlen heißen irrationale Zahlen. Im Vortrag soll ein Beweis dafür angegeben werden, dass die Quadratwurzel aus Zwei keine rationale Zahl ist. Weiter kann noch gezeigt werden, dass die Quadratwurzeln aller natürlichen Zahlen entweder wieder natürliche Zahlen sind oder irrational sind (schwer).

16. Algorithmus zum Finden eines Eulerkreises

Im Zirkel werden wir zeigen, unter welchen Bedingungen in einem Graphen ein Eulerkreis existiert. Im Vortrag soll ein Verfahren vorgestellt werden, mit dem man in einem solchen Graphen einen Eulerkreis findet.

17. Planare Graphen

Ein Graph heißt planar, wenn er in einer Ebene so darstellbar ist, dass sich keine zwei Kanten kreuzen. Dieses Thema ist sehr umfangreich und wir werden leider keine Gelegenheit haben, es im Zirkel ausführlich zu behandeln.

Geeignete Themen für den Vortrag sind zunächst Beispiele für nicht-planare Graphen, Dreiecksgraphen und die Angabe eines Satzes, unter welchen Bedingungen ein Graph planar ist. (*Satz von Kuratowski*)

18. Sprouts

Im Zirkel werden wir uns mit dem Spiel Sprouts beschäftigen. Im Vortrag sollen diese Erkenntnisse vertieft werden. Geeignet wäre zum Beispiel, eine Möglichkeit vorzustellen, Sprouts-Spiele zu notieren oder eine Variante des Spiels wie *Misère-Sprouts* zu betrachten.

19. Hex

Hex ist ein Brettspiel, mit dem wir uns im Zirkel nicht ausführlich beschäftigen werden. Bislang ist noch keine Gewinnstrategie für das Spiel auf einem Brett beliebiger Größe bekannt, trotzdem ist beispielweise bekannt, welcher Spieler eine Gewinnstrategie hat. Dieser Fakt und das Spiel selbst sollen im Vortrag vorgestellt werden. Weiter wäre es möglich, den Mathematiker *John Forbes Nash* vorzustellen, welcher sich unter anderem mit diesem Problem beschäftigt hat.

20. Faires Teilen und Neidfreies Teilen

Wenn zwei Personen einen Kuchen gerecht aufteilen wollen, so führt das Vorgehen „*du teilst, ich suche aus*“ dazu, dass beide ein Stück haben, von dem sie glauben, es sei mindestens die Hälfte des Kuchens. Das Verfahren ist ein Verfahren für *fares Teilen*. Im Vortrag soll ein Verfahren zum fairen Teilen zwischen drei Personen vorgestellt werden. Außerdem soll der Begriff *neidfreies Teilen* erklärt werden.