

Aufgaben zum Zirkel am 11.12.2014

1. Beweis oder nicht?

- (a) Ein Forscher im Mittelalter beobachtete einen bislang wenig bekannten Planeten in den Jahren 1537, 1540, 1543 und 1546. Nun vermutete er, dass er ihn wohl auch im Jahre 1549 sehen müsste. Und er hatte Recht, 3 Jahre später erschien der Planet wieder am Himmel. Damit hatte er bewiesen, dass der Planet alle 3 Jahre am Himmel erscheint.
- (b) Die Lehrerin behauptete, dass die Hälfte aller Autos rot sei. Peter und Ina glaubten ihr nicht. So setzten sie sich am Sonntag an eine Straße und notierten die Farben der vorüberfahrenden Autos. Als sie 1000 gezählt hatten, meinten sie: das reicht. Sie zählten die verschiedenen Farben aus, und tatsächlich: 500 Autos, also genau die Hälfte waren rot. Die Lehrerin hatte also recht und sie hatten es bewiesen.
- (c) „Wenn ich 100m unter 10 Sekunden laufe“, sagte Hänschen, „werde ich zur Olympiade delegiert. Leider laufe ich aber die hundert Meter nicht unter 10 Sekunden, also wird das wohl nichts.“
- (d) In Berlin gibt es keine Füchse. Ich wohne schon seit einigen Jahren in Berlin, und ich habe noch nie einen gesehen.
- (e) Herrn Meiers Nachbar behauptete, in Brandenburg gäbe es Igel. „Das muss ich nachprüfen“, meinte Herr Meier und fuhr in die Uckermark. Kaum stellte er sein Auto an einem See ab, schon trottete frech ein Igel vorbei.

2. Nicht mit dem Kopf durch die Wand!

Beweise die folgenden Aussagen. Das geht leichter, wenn man es per Kontrapositionsbeweis oder per Widerspruchsbeweis tut.

- (a) Wenn ein Winkel im Dreieck 120° misst, dann ist das Dreieck nicht rechtwinklig.
- (b) Wenn der Bruch $\frac{2a}{a+b}$ unkürzbar ist, dann ist auch der Bruch $\frac{a+b}{a-b}$ unkürzbar.
- (c) Es gibt unendlich viele Primzahlen.

3. Theater, Theater...

Ein Theaterensemble führt in einer Spielzeit sieben Stücke auf. Jede der fünf Schauspielerinnen des Ensembles spielt in drei verschiedenen Stücken mit.

- (a) Beweise, dass es ein Stück mit mindestens drei Frauenrollen gibt.
- (b) Kann es auch mehr Stücke mit drei Frauenrollen geben? Wie viele mindestens, wie viele höchstens?

Zum Überlegen für Zuhause:

1. Beweisgymnastik

Welche der folgenden Aussagen ist richtig? Gelten auch die Umkehrungen? Beweise oder widerlege jede der 6 Aussagen. (Versuche, einige Aussagen per Kontraposition zu beweisen. Welche der folgenden Aussagen oder ihrer Umkehrungen könnten sich eignen?)

- (a) $a \cdot b$ ist gerade $\Rightarrow a$ ist gerade oder b ist gerade
- (b) $a + b$ ist nicht durch 2 teilbar $\Rightarrow a$ ist gerade oder b ist gerade
- (c) Wenn $b \cdot c$ keine Quadratzahl ist, sind b und c auch keine Quadratzahlen.

2. Anders rechnen

Leni und Thomas denken sich neue Rechenoperationen aus. Lenis Operation $a \square b$ bedeutet: $a \square b = 2ab$. Thomas berechnet $a \triangle b$ als $a \triangle b = 2a - b$.

- (a) Welcher der beiden Terme $(12 \square 26) \triangle 8$ und $12 \square (26 \triangle 8)$ hat den größeren Wert?
- (b) Ermittle alle Zahlen a , für die $a \square a = a \triangle a$ gilt. Begründe!
- (c) Für welche *ganzen* Zahlen gilt $a \square b = a \triangle b$? Begründe!