

## Aufgaben zum Zirkel am 8.1.2015

### Zum Warmrechnen:

#### 1. Paare finden

Jeweils zwei der folgenden Terme drücken dasselbe aus. Finde diese fünf Paare (zum Beispiel, indem du verschiedene Zahlen einsetzt und vergleichst, wo dasselbe Ergebnis herauskommt). Beweise durch richtiges Umformen, dass die Terme in den von dir gefundenen Paaren wirklich dasselbe ausdrücken.

$$\begin{array}{cccc} 3(2x - 4) + 5x & 8x + 3y + 4x - 5y & (x + 1)^2 - 4x & 11(x - 1) - 1 \\ 2x + 1 + 3(2 + x) & 5x + 7 & 6(2x + y) - 8y & -2y + 12x \\ & 2y + 2x - 4y + 10x & (x - 1)^2 & \end{array}$$

#### 2. Leichte Gleichungen

Finde heraus, ob die folgenden Gleichungen wahr oder falsch sind.

$$2 \cdot (3 - 4) = 2 \cdot 3 - 4$$

$$(5 + 7 \cdot (11 - 2)) : 2 = (2 \cdot 5 + 7) \cdot 2$$

$$\frac{2 \cdot (5 - 1) + 7}{3} = \frac{2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4)}{4}$$

$$\frac{3 \cdot 6}{4} - \frac{16 - 8}{3} = \frac{3 \cdot 8}{2} - 1$$

$$1 \cdot (2 + 3 \cdot (4 + 5 \cdot 6)) = 6 \cdot (5 + 4 \cdot (3 + 2 \cdot 1))$$

$$1 - 2 + 3 - 4 \pm \dots - 98 + 99 = -1 + 2 - 3 + 4 \mp \dots - 99 + 100$$

#### 3. Anders rechnen

Leni und Thomas denken sich neue Rechenoperationen aus. Lenis Operation  $a \square b$  bedeutet:  $a \square b = 2ab$ . Thomas berechnet  $a \triangle b$  als  $a \triangle b = 2a - b$ .

(a) Welcher der beiden Terme  $(12 \square 26) \triangle 8$  und  $12 \square (26 \triangle 8)$  hat den größeren Wert?

(b) Ermittle alle Zahlen  $a$ , für die  $a \square a = a \triangle a$  gilt. Begründe!

(c) (*Zusatzaufgabe*) Für welche *ganzen* Zahlen gilt  $a \square b = a \triangle b$ ? Begründe!

## Zum Weiterrechnen:

### 1. Für fixe Rechner

Berechne schnell:

- (a)  $(7a - 8b)^2$  (d)  $(a + b)^2 + (a - b)^2 + 2(a + b)(a - b)$   
(b)  $(25xy + 2z)^2$  (e)  $(a + b + c)^2$   
(c)  $(11 - z)^2 + (11 + z)^2$  (f)  $(a + b + c + d)^2$

### 2. A Useful Equation

- (a) Prove the identity of the French mathematician Sophie Germain (1776–1831):

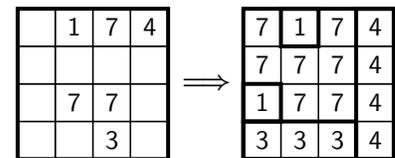
$$a^4 + 4b^4 = (a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab)$$

- (b) Is  $9^2 + 50^2$  a prime number?  
(Part (a) helps to answer this without long calculations or using a calculator.)

### 3. Fillomino

In jedes Feld soll eine Zahl geschrieben werden, so dass sich Gebiete mit gleichen Zahlen ergeben. Die Zahlen in einem Gebiet geben an, aus wie vielen Feldern das Gebiet besteht. Gebiete gleicher Größe dürfen sich waagrecht oder senkrecht nicht berühren. Zwei vorgegebene Zahlen dürfen durchaus zum selben Gebiet gehören. Es kann auch Gebiete geben, die keine vorgegebene Zahl enthalten.

Beispiel



3			5	
	1			2
	4		2	
4			3	
	4			4

3				5
	3		1	
1		3		2
	5		3	
5		1		

## Zum Zuhauserechnen:

### 1. Für Lückenrechner

Ergänze einen Summanden, so dass eine binomische Formel entsteht:

- (a)  $100 - 2y$  (c)  $4a^2 + 16b^2$   
(b)  $48y + 64x^2$  (d)  $4a^2 - 16b^2$

### 2. Für geschickte Rechner

Berechne auf einfache Weise:  $15 \cdot 25 =$  ,  $25 \cdot 35 =$  ,  $35 \cdot 45 =$  , ...  
Findest du eine allgemeine Regel?