

Aufgaben zum Zirkel am 12.2.2015

1. Gleichungen die Vierte

- (a) Gib die Lösungsmenge der folgenden beiden Gleichungen in Abhängigkeit von den rationalen Parametern a und b an.

$$2a^2 = b(x - 1) \quad \text{und} \quad (x - b)^2 - (x - a)^2 = 0$$

- (b) Für welche rationalen Werte der Parameter a und b ($a \neq 0, b \neq 0$) hat die Gleichung

$$\frac{1}{a}x + \frac{1}{b}x = \frac{1}{2}$$

positive rationale Lösungen?

2. Verwegen gewogen II

Fünf Mädchen bereiten sich in einem Trainingslager auf einen wichtigen Mannschaftswettbewerb im Judo vor, bei dem sie alle in derselben Gewichtsklasse starten sollen. Am Ende der Trainingswoche stellt der Trainer beim Wiegen fest, dass drei der Mädchen dasselbe Gewicht haben und die beiden anderen zwar ein anderes, aber auch untereinander dasselbe. Da der Trainer ihnen nicht gesagt hat, wer zur Dreier- und wer zur Zweiergruppe gehört, beschließen die Mädchen, das an einer Wippe herauszubekommen. „Das lässt sich mit nur dreimal Wippen auf jeden Fall entscheiden.“, behauptet Chantal, das Matheass der Judogruppe. Stimmt das?

3. Ziffernrechnung

Kati behauptet: „Es gibt zweistellige Zahlen, bei denen die Summe der Quadrate der Ziffern größer als das doppelte Produkt der Ziffern ist.“

Jan behauptet: „Es gibt zweistellige Zahlen, bei denen die Summe der Quadrate der Ziffern gleich dem doppelten Produkt der Ziffern ist.“

Lutz behauptet: „Es gibt zweistellige Zahlen, bei denen die Summe der Quadrate der Ziffern kleiner als das doppelte Produkt der Ziffern ist.“

Wer von den dreien hat Recht, wer liegt falsch? Begründe deine Entscheidung.

Zum Nachdenken für daheim:

1. Solving Equations

For which values of the parameter a does the equation

$$(ax - 3)(2a - 2) = 3x(2a - 2)$$

have the following set of solutions:

- (a) $L = \emptyset$ (b) $L = \mathbb{Q}$ (c) $L = \{0\}$ (d) $L = \{1\}$ (e) $L = \{b\}, b \neq 0, b \neq 1$