

## Aufgaben zum Zirkel am 26.2.2015

### 1. Minimum und Maximum

Wir betrachten den Term  $x + \frac{1}{x}$  für *positive rationale Zahlen*  $x$ .

Finde durch Einsetzen verschiedener Werte für  $x$  heraus, ob dieser Term einen kleinsten bzw. einen größten Wert annimmt. (Nicht nur natürliche Zahlen probieren!)

Falls du einen kleinsten bzw. größten Wert vermutest, wie groß ist dieser? Versuche, eine Begründung dafür zu finden.

### 2. Jagd nach besonderen Punkten

#### 2 Jagd nach besonderen Punkten

In dem Koordinatenkreuz ist ein Vieleck eingezeichnet. Dieses Vieleck ist Lösungsmenge des Ungleichungssystems

$$\begin{array}{ll} x \geq 0 & \text{In der Lösungsmenge soll nach bestimmten} \\ y \geq 0 & \text{Punkten gefahndet werden. Übertrage dazu} \\ y \leq 20 - 2x & \text{zunächst das Diagramm in dein Heft.} \\ x + 3y \leq 30 & \text{a) Finde Punkte } (x|y) \text{ in dieser Menge, deren} \\ y + 4x \leq 36 & \text{Koordinatensumme 5 beträgt.} \end{array}$$

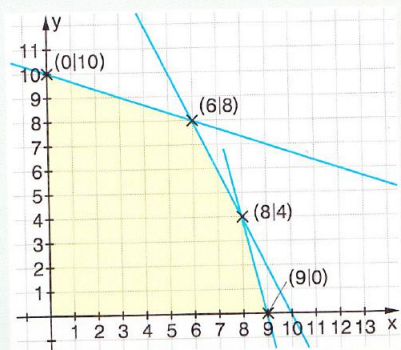
$$Z(x, y) = x + y = 5$$

Trage diese Punkte in das Diagramm ein. Wie liegen die Punkte zueinander?

b) Wo in diesem Gebiet liegen die Punkte, für die gilt:

$$Z(x, y) = x + y = 8?$$

c) Finde in der Lösungsmenge den Punkt, dessen Koordinatensumme  $Z(x, y)$  am größten ist.



### 3. Gleichungen mit Beträgen

Finde alle Lösungen der folgenden Gleichungen:

(a)  $|2x| - 2 = -x + 3$

(b)  $|3(x - 3)| - 3 = 1 - |x + 1|$

Wie lassen sich diese Lösungen geometrisch darstellen?

#### 4. Magische Röhren

In die Felder des  $6 \times 6$ -Quadrats sind die Zahlen 1, 2, 3 so einzutragen, dass in jeder Röhre jede der Zahlen genau einmal erscheint. In jeder Zeile und jeder Spalte darf jede dieser Zahlen genau 2-mal vorkommen, wobei in Kästchen, die einander berühren, stets voneinander verschiedene Zahlen stehen müssen. Einige Zahlen sind schon eingetragen. Wohin gehören die fehlenden?

	3				2
		1		3	
2			2		

**Zum Nachdenken für daheim:**

##### 1. Zahlenspielereien

- Carlos und Eli sagen jeder eine natürliche Zahl. Sie stellen folgendes fest: Zieht man das Quadrat von Elis Zahl vom Quadrat von Carlos' Zahl ab, so erhält man 17. Zeige, dass man daraus eindeutig ermitteln kann, welche Zahlen Carlos und Eli gesagt haben.
- Das Quadrat der Summe zweier natürlicher Zahlen ist gleich dem vierfachen Produkt dieser beiden Zahlen. Ermittle alle Zahlenpaare, die diese Bedingung erfüllen.
- Die Summe der Quadrate dreier aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen ist um 65 größer als das Dreifache des Quadrats der kleinsten dieser Zahlen. Ermittle diese drei Zahlen.

##### 2. Variable Gleichung

In der folgenden Gleichung sei  $a$  eine natürliche Zahl.

$$\frac{25}{2}x - a = \frac{5}{8}x + 142$$

Welche *natürlichen* Zahlen  $x$  können (bei geeigneter Wahl von  $a$ ) Lösung der Gleichung sein?