Aufgaben zum Zirkel am 16.10.2014

1. **Die Kongruenzsätze**

   Zwei Dreiecke heißen *kongruent*, wenn sie deckungsgleich sind – der Mathematiker präzisiert das dadurch, dass sie sich durch Verschiebungen, Spiegelungen und/oder Drehungen aufeinander abbilden lassen. Dreiecke, die in allen Winkeln und allen Längen übereinstimmen, sind kongruent. Es reicht aber auch oft schon weniger (z.B wenn zwei Dreiecke drei jeweils gleich lange Seiten haben), und dann weiß man: Die übrigen Größen in den beiden Dreiecken müssen auch gleich sein (also im Beispiel alle eingeschlossenen Winkel übereinstimmen)!

   Untersuche: Sind zwei Dreiecke kongruent (deckungsgleich), wenn man weiß, dass sie in den folgenden Größen übereinstimmen?

   (a) Zwei Seitenlängen
   (b) Zwei Seitenlängen und ein Winkel
   (c) Drei Winkel
   (d) Eine Seitenlänge, zwei Winkel

2. **Ein Parallelogramm – was ist das eigentlich?**

   Haben wir doch gerade gesehen! Ein Viereck mit parallelen gegenüberliegenden Seiten! Oder... ein Viereck mit gleichlangen gegenüberliegenden Seiten. Oder...

   (a) Beweise, dass ein Viereck **genau dann** ein Parallelogramm ist, wenn sich seine Diagonalen halbieren.
   (b) Beweise, dass ein Viereck **genau dann** ein Parallelogramm ist, wenn gegenüberliegende Innenwinkel jeweils gleich sind.

3. **Zwei gleiche Seiten bringen viel!**

   Wir wollen schauen, was alles aus der Tatsache folgt, dass ein Dreieck gleichschenklig ist. Sei also D ein gleichschenkliges Dreieck.

   (a) Zeige: Mindestens zwei Winkel im Dreieck D sind gleich.
   (b) Zeige: Eine der Seitenhalbierenden in D fällt mit einer Höhe in D zusammen.
   (c) Zeige: Eine der Winkelhalbierenden in D fällt mit einer Höhe in D zusammen.
   (d) Formuliere jeweils die Umkehrungen der in a) und b) bewiesenen Sätze. Gelten diese auch?

4. **Sie können sich sich drei aussuchen!**

   Wie viele nicht zueinander kongruente Dreiecke gibt es, deren Eckpunkte Eckpunkt in einem regelmäßigen Zehneck sind?

Zum Überlegen für Zuhause:

1. **Parallelogramme im Parallelogramm**

   Beweise: Zwei beliebige durch den Diagonalenschnittpunkt eines Parallelogramms verlaufende Geraden schneiden seine Seiten in vier Punkten, die miteinander verbunden, wiederum ein Parallelogramm bilden.

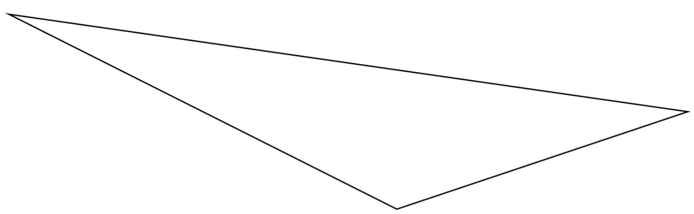
2. **Große Produkte**

   (a) Lisa bildet aus den Zahlen $1, 2, 3, \ldots, 31$ alle möglichen Produkte aus zwei (verschiedenen) Faktoren. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, zwei Zahlen zu kombinieren? Wie viele der erhaltenen Produkte sind durch 3 teilbar?

   (b) Gernot hat aus den Zahlen $1, 2, 3, \ldots, 100$ alle möglichen Produkte aus genau k Faktoren gebildet. (In einem Produkt taucht ein Faktor immer höchstens einmal auf.) Verblüffenderweise waren *alle* diese Zahlen durch 7 teilbar. Wie groß muss Gernots Faktoranzahl k mindestens gewesen sein?

3. **Teile und herrsche**

   Teile ein stumpfwinkliges Dreieck in spitzwinklige Dreiecke auf.



Zusatzfrage: Was ist die kleinste Anzahl an Dreiecken, mit denen dieses möglich ist?

Ich wünsche euch schöne Herbstferien!
Wir sehen uns am Donnerstag nach den Ferien (also dem 6.11.) wieder!