

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Lineare Algebra und Analytische Geometrie I
Übungsserie 4

Abgabe am 20.11.2017

Hinweise zur Abgabe der Übungsaufgaben:

- Lösen Sie jede Aufgabe auf einem separaten Blatt.
- Versehen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen, der Matrikelnummer und der Nummer Ihrer Übungsgruppe (Mo./Di./Mi.).
- Sie sollten die Lösungen in **Gruppen, bestehend aus (in der Regel) drei, maximal vier Studierenden**, abgeben.
- Die Aufgaben werden Montags **vor** der Vorlesung abgegeben. Verspätete oder elektronische Abgaben werden **nicht** akzeptiert.
- Achten Sie auf **gut nachvollziehbare Darstellungen der Lösungs- bzw. Beweisschritte**.

4.1 (a) Entscheiden Sie, ob es sich bei den folgenden Umformungen um Äquivalenzumformungen handelt (jeweils mit ganz kurzer Begründung). 3 Pkt.

i. $2^x = 32768$ wird (durch Logarithmieren) umgeformt zu $x = 15$

ii. $\sqrt{x^2} = 5$ wird umgeformt zu $(\sqrt{x})^2 = 5$

iii. $|x - 3| = 5$ wird umgeformt zu $x - 3 = 5$

(b) Analysieren Sie den folgenden „Beweis“. An welcher Stelle wurde eine unzulässige Umformung vorgenommen? (Begründen Sie kurz.) 2 Pkt.

Es seien a, b, c drei beliebige reelle Zahlen mit $a = b + c$.

$$\begin{aligned} & a = b + c \\ \Rightarrow & 3a - 2a = 3b - 2b + 3c - 2c \\ \Rightarrow & 3a - 3b - 3c = 2a - 2b - 2c \\ \Rightarrow & 3 \cdot (a - b - c) = 2 \cdot (a - b - c) \\ \Rightarrow & 3 = 2 \end{aligned}$$

4.2 (a) Lösen Sie mittels quadratischer Ergänzung – *ohne* Verwendung einer Lösungsformel – die quadratische Gleichung $3x^2 + 7x + 2 = 0$. 2 Pkt.

(b) Leiten Sie mithilfe quadratischer Ergänzung die „ p - q -Formel“ für quadratische Gleichungen der Form $x^2 + px + q = 0$ her: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$. 4 Pkt.

4.3 (a) Beweisen Sie den folgenden Satz:

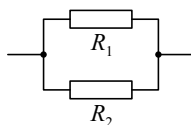
Zwei reelle Zahlen x_1 und x_2 sind genau dann Lösungen einer quadratischen Gleichung der Form $x^2 + px + q = 0$, falls für die Koeffizienten p, q Folgendes gilt:

- $p = -(x_1 + x_2)$ und
- $q = x_1 \cdot x_2$.

6 Pkt.

Hinweis: Beachten Sie, dass der Satz eine „genau-dann-wenn“-Aussage beinhaltet.

(b) Bei der Parallelschaltung von zwei Widerständen R_1, R_2 berechnet sich der resultierende Widerstand R mittels $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Berechnen Sie den resultierenden Widerstand bei der Parallelschaltung von zwei Widerständen mit 220Ω und 470Ω . 1 Pkt.



(c) Zwei Baumaschinen benötigen für eine vorgegebene Arbeit zusammen 16 Stunden. Die leistungsstärkere Maschine der beiden hätte allein nur halb so viel Zeit benötigt wie die andere. Wie lange braucht jede Maschine allein? 2 Pkt.

Hinweis: Wir gehen davon aus, dass sich die Maschinen nicht gegenseitig bei der Arbeit behindern. Dann addieren sich ihre Leistungen. Es gilt $P = \frac{W}{t}$ (P – Leistung, W – Arbeit, t – Zeit).

Freiwillige Aufgaben zur Wiederholung von Schulwissen

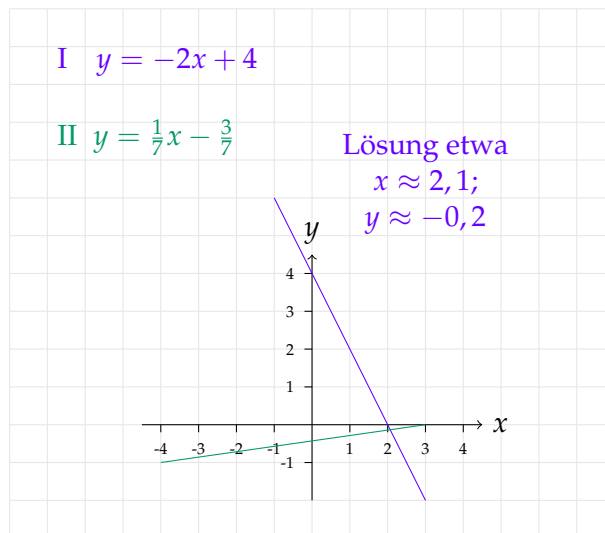
Die folgenden Aufgaben sollen Ihnen helfen, Ihr mathematisches Schulwissen zu überprüfen. Sie beziehen sich auf Grundwissen, das für ein Studium unbedingt vorausgesetzt werden muss. Die folgenden beiden Aufgaben sind Schulbüchern der Jahrgangsstufe 9 entnommen.

Diese Aufgaben werden nicht korrigiert und auch nicht in die Bewertung einbezogen. Lösungen bzw. Lösungshinweise werden aber jeweils auf den Übungsblättern (eine Woche nachdem die Aufgaben hier gestellt werden) veröffentlicht.

- Z 4.1 Zwei Stahlsorten enthalten 20% bzw. 30% Nickel. Man will aus beiden Stählen einen Stahl mit einem Nickelgehalt von 22,5% und einer Masse von 200 kg schmelzen. Wieviel Kilogramm Stahl jeder Sorte werden benötigt, wenn man bei der Rechnung von Verlusten beim Schmelzen absieht?
- Z 4.2 „Saftladen“: Für eine Party hat Tatjana 16 Flaschen Cola und 12 Flaschen Apfelsaft eingekauft. Dafür musste sie 36,52 € zahlen. Als sie sich an einen Vortrag zur gesunden Ernährung erinnerte und 8 Flaschen Cola gegen 8 Flaschen Apfelsaft umtauschte, bekam sie 1,60 € zurück. Wieviel kostete eine Flasche Apfelsaft, wieviel eine Flasche Cola?

Lösungen der freiwilligen Zusatzaufgaben aus Übungsserie 3

Z 3.1. a)



b)

I	$y = -2x + 4$
II	$y = \frac{1}{7}x - \frac{3}{7}$
\Rightarrow	
(I=II)	$-2x + 4 = \frac{1}{7}x - \frac{3}{7}$
\Leftrightarrow	$\frac{31}{7} = \frac{15}{7}x$
\Leftrightarrow	$\frac{31}{15} = x$
\Rightarrow	
Eins. in I	$y = -\frac{2}{15}$
Probe II	$-\frac{2}{15} = \frac{1}{7} \cdot \frac{31}{15} - \frac{3}{7}$ wahre Aussage

- c) Ergebnis unter a) kann nicht exakt abgelesen werden und ist deswegen nur ein Näherungswert. Ergebnis unter b) ist exakt.
- d) Beide Geraden sind parallel.