

Hausaufgaben

1. Prüfwziffern

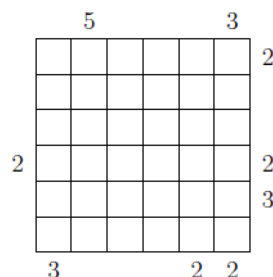
Auf jedem Schwimmbadausweis steht eine 10-stellige Nummer, zum Beispiel 210010000(9). Um Fälschungen schnell zu entdecken, haben sich die Ingenieure eine Prüfwziffer ausgedacht, die an der zehnten Stelle der Nummer in Klammern steht – in unserem Beispiel die Ziffer 9. Diese hängt wie folgt mit den ersten neun Ziffern zusammen:

Man multipliziert die erste Ziffer mit 1, die zweite mit 2, die dritte mit 3 und so weiter bis zu neunten Ziffer und addiert alle diese Ergebnisse. Die Summe teilt man ganzzahlig mit Rest durch 11. Der Divisionsrest ist die Prüfwziffer. Falls der Rest 10 beträgt, schreibt man als Prüfwziffer ein „X“.

- Auf einem Ausweis steht die Nummer 470805978(1). Ist der Ausweis echt?
- Welche Prüfwziffer gehört zur Nummer 766987988(?)?
- Gib eine Ausweisnummer mit Prüfwziffer X an!
- Die Nummern der Ausweise von Lisa und Hans unterscheiden sich genau durch eine Ziffer. Warum ist einer der Ausweise gefälscht? Begründe anhand konkreter Beispiele.
- Zwei nebeneinanderstehende unterschiedliche Ziffern einer gültigen Ausweisnummer werden vertauscht. Warum kann die neue Nummer zu keinem gültigen Ausweis gehören?

2. Nochmal in größer – Hochhäuser

Ihr kennt es schon, aber wegen des großen Erfolges gibt es als Hausaufgabe noch in Hochhausrätsel. Die Regeln zur Erinnerung: In jedes der 6×6 Felder in dem abgebildeten Gitter ist ein „Haus“ der Höhe 1 bis 6 so einzutragen, dass in jeder Zeile und jeder Spalte jede Höhe (also jede Zahl von 1 bis 6) genau einmal vorkommt. Die Zahlen am Rand geben an, wie viele Häuser von dieser Seite aus zu sehen sind. (Ein Haus kann nicht gesehen werden, wenn ein höheres Haus davor steht.)



Zwei Olympiadeaufgaben

- Ist die Zahl $222^{555} + 555^{222}$ durch 7 teilbar?
- Zeige, dass für alle positiven ganzen Zahlen n die Zahl $7^{2n} + 7^n + 7^{n+1} + 3$ durch 12 teilbar ist.

Rechnen modulo 9

- Zeige: Eine beliebige Zahl lässt beim Teilen durch 9 den selben Rest wie ihre Quersumme. (Tipp: Benutze, dass man eine Zahl immer in Zehnerpotenzen zerlegen kann, z.B. $376 = 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 6$.)
- Was ist der Rest von $(4231^{10} \cdot 32)^2 \cdot 1234$ bei Division durch 9?