Mathematische Schülergesellschaft Leonhard Euler
Zirkel 7c (2017/18)
O. Kemeny

# Zirkel 11

## 15.Januar 2018

Die natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$

1. **Landkarte mit Geraden** Kann man eine Landkarte, die nur durch das Ziehen von Geraden entsteht, für jede beliebige Anzahl $n$ von Geraden so mit zwei verschiedenen Farben versehen, dass jeweils benachbarte Felder nicht die gleiche Farbe haben?

   a) Probiert es zunächst für kleine $n$ aus und macht euch Skizzen.

   b) Zeigt nun (gern anhand von Skizzen), dass wenn für eine beliebige, feste Anzahl von Geraden eine solche Färbung möglich ist, auch eine solche Färbung möglich ist, wenn man noch eine Gerade dazunimmt.

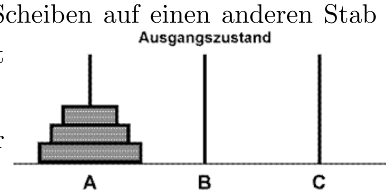
   c) Überlegt, warum die Schritte a) und b) als ein Beweis genügen!

$n =$ $n =$ $n$ $n+1$

2. **Der Turm von Hanoi** Auf einem von drei Stäben sitzen $n$ Scheiben, die kleinste oben, die größte unten. Unter Einhaltung der folgenden Regeln sollen alle Scheiben auf einen anderen Stab gebracht werden.

   (a) In jedem Schritt darf nur eine Scheibe bewegt werden

   (b) Nie darf eine größere Scheibe auf einer kleineren liegen.




   *Behauptung:* die Aufgabe kann mit $(2n-1)$ Schritten gelöst werden.
   Beweist die Behauptung! Dazu geht wieder folgendermaßen vor:

   i) Probiert es für kleine Zahlen $n$.

   ii) Warum ist die Behauptung für $n+1$ erfüllt, falls sie für $n$ gilt?

3. **Permutationen** Auf wieviele verschiedene Arten kann man $n$ verschiedenfarbige Perlen auf einem Faden anordnen?

### Hausaufgabe

1. Kann man eine Karte, die statt durch Geraden nur durch Kreise entsteht, mit zwei Farben so färben, dass zwei anliegende Felder jeweils immer unterschiedliche Farben haben?

2. Funktioniert dasselbe, wenn man statt Kreisen Rechtecke nimmt?