MSG Zirkel 7c – Hausaufgaben
vom 15.12.2016 zum 05.01.2017
Daniel Platt – `www.math.hu-berlin.de/~plattd`

In einem Zirkel ausgegebene Hausaufgaben können im jeweils nächsten Zirkel bearbeitet abgegeben werden. Ihr erhaltet eine Korrektur im darauffolgenden Zirkel. Bitte beachtet folgende Hinweise:

(i) Die Richtigkeit jedes Ergebnisses muss bewiesen werden. Falls eine Rechnung durchgeführt wird, gehört dazu auch eine Erklärung, was gerechnet wird.

(ii) Beschriftet jedes Blatt, das ihr abgebt, mit eurem Namen. (Zu eurem Namen gehört mindestens ein Vorname und mindestens ein Nachname!)

(iii) Falls ihr mehr als ein Blatt abgebt, so heftet diese zusammen.

- Aufgabe 18 (4 Punkte):

  Die drei Geschwister Ali, Bernd und Chantelle haben jeder genau ein Geschenk von ihrer Tante bekommen. Die drei führen folgendes Gespräch:

  Chantelle: “Och Mann, entweder Ali oder Bernd hat das größte Geschenk, aber ich bestimmt nicht.”

  Ali: “Ich denke, Bernd hat auf jeden Fall *nicht* das größte Geschenk.”

  Bernd: “Für mich sieht es so aus, als hätte Chantelle das größte Geschenk.”

  Ali: “Ach Quatsch. Chantelle hat sicherlich nicht das größte Geschenk.”

  Daraufhin bemerkt die Tante: “Naja, von diesen Aussagen ist aber auch nur genau eine wahr...”

  (a) Wenn die Aussage der Tante stimmt, wer hat dann das größte Geschenk?

  (b) Verändere eine der vier Aussagen, sodass die Antwort (wobei alles andere unverändert bleibt) zu Teil (a) “Chantelle” lautet.

- Aufgabe 19 (6 Punkte):

  Lena hat den vierstelligen PIN-Code ihres Telefons vergessen und möchte ihn nun wieder erraten. Als Merkhilfe hatte sie sich bei der Festlegung des Codes auf einem Zettel notiert: *“Keine der Ziffern ist 0. Die Summe aller Zahlen, die aus je zwei der vier Ziffern gebildet werden können, ergibt mit 7 multipliziert den Code.”* (Für den Code 9876 müsste man z.B. die Summe $98 + 89 + 97 + 79 + \dots$ bilden)

  Wie lautet der PIN-Code?

- Aufgabe 20 (5 Punkte):

  Es sei ΔABC ein Dreieck. Die Größe des Innenwinkels $\angle BAC$ sei mit α bezeichnet und es sei $\alpha = 72°$. Auf der Seite $\overline{AC}$ liegt ein Punkt D so, dass die Strecken $\overline{AB}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$ die gleiche Länge haben. Beweise, dass unter diesen Voraussetzungen das Dreieck ΔABC gleichschenklig ist!

- Aufgabe 21 (6 Punkte):

  Herr Schmitz möchte etwas für seine Gesundheit tun und jeden Tag einen Teil seiner Arbeitsweges mit dem Fahrrad fahren. Seine Arbeitsstelle ist 36km von zu Hause entfernt. Den ersten Teil der Strecke bis zu einer passenden Stelle fährt er mit dem Auto mit einer konstanten Geschwindigkeit von 80km/h. Dann stellt er das Auto ab, steigt auf das Fahrrad um und fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit von 20km/h zur Arbeitsstelle. Nach der Arbeit fährt er mit den gleichen Geschwindigkeiten mit Fahrrad und Auto zurück.

  (a) Am Montag fuhr er die Hälfte des Weges mit dem Auto, die andere mit dem Fahrrad. Am Dienstag fuhr er nur noch ein Drittel des Weges mit dem Fahrrad, zwei Drittel mit dem Auto.

  Berechne, wie viel Zeit Herr Schmitz für Hin- und Rückfahrt am Montag mehr brauchte als am Dienstag.

  (b) Am Donnerstag stellte er fest, dass er genauso lange mit dem Auto wie mit dem Fahrrad gefahren ist.

  Berechne, wie viel Zeit er an diesem Tag für die gesamte Strecke benötigte, und gib das Ergebnis auf ganze Minuten gerundet an.

  Hinweis: Die Umstieszeiten von Auto auf Fahrrad und umgekehrt sollen vernachlässigt, also als 0 angenommen werden.

- Aufgabe 22 (0 Punkte):

  Falls ihr im Zirkel noch keinen Vortrag gehalten habt, so überlegt euch bitte ein Vortragsthema für einen Kurzvortrag in einem der nächsten Zirkel. Eine Liste möglicher Themen findet sich auf der Website zum Zirkel.

  Einige zusätzliche Themen, die sich direkt aus den bisherigen Zirkeln ergeben haben:

  1. Strategie zum Spiel *Sprouts*: Zeigen, dass das Spiel endlich ist und überprüfen, um wie viele Züge die Spieler das Spiel verkürzen müssen, um zu gewinnen. Das auf die Fälle mit zwei und drei Startpunkten anwenden, um leicht eine Gewinnstrategie anzugeben.
  2. Ein Computergegner für das Spiel *Chomp*: Für das Spiel ist keine allgemeine Gewinnstrategie bekannt. Es wäre schön, ein Computerprogramm zu haben, an dem man mögliche Gewinnstrategien ausprobieren kann.
  3. Beweis, dass gilt: Eine Zahl $10a+b$ ist genau dann durch 7 teilbar, wenn $a-2b$ durch 7 teilbar ist.
  4. Was ist der goldene Schnitt?
  5. Pythagoräische Tripel: Zeige, dass es unendlich viele verschiedene Pythagoräische Tripel gibt. Gib (ohne Beweis) sämtliche Pythagoräische Tripel an, die es gibt. Welchen Zusammenhang gibt es zu Fermats letztem Satz?

Ich wünsche euch allen sehr schöne Ferien!