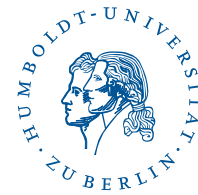


MSG Zirkel 7c – Hausaufgaben

vom 16.03.2017 zum 23.03.2017

Daniel Platt – www.math.hu-berlin.de/~plattd



In einem Zirkel ausgegebene Hausaufgaben können im jeweils nächsten Zirkel bearbeitet abgegeben werden. Ihr erhaltet eine Korrektur im darauffolgenden Zirkel. Bitte beachtet folgende Hinweise:

- (i) Die Richtigkeit jedes Ergebnisses muss bewiesen werden. Falls eine Rechnung durchgeführt wird, gehört dazu auch eine Erklärung, was gerechnet wird.
- (ii) Beschriftet jedes Blatt, das ihr abgibt, mit eurem Namen. (Zu eurem Namen gehört mindestens ein Vorname und mindestens ein Nachname!)
- (iii) Falls ihr mehr als ein Blatt abgibt, so heftet diese zusammen.

- Aufgabe 41 (4 Punkte):

Folgende Formel für die Summe der ersten n natürlichen Zahlen ist bekannt:

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}.$$

Diese Formel wird *kleiner Gauß* genannt. Finde eine Formel für die Summe der ersten n ungeraden Zahlen, das heißt

$$\underbrace{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}_{n \text{ Summanden}} = \{\text{ein einzelner Term, der von } n \text{ abhängt}\}.$$

Hinweis: Man kann dabei folgendermaßen vorgehen: Stelle eine Formel für die Summe der ersten n geraden Zahlen auf. Subtrahiere diese Formel von der Summe der ersten $2n$ Zahlen. Was übrig bleibt, ist die Summe der ersten n ungeraden Zahlen. Man kann die Aufgabe aber auch anders lösen.

- Zusatzaufgabe 42* (3 Zusatzpunkte):

Einmal stellte ich meinen vier Hunden eine Schüssel mit Keksen hin. Zuerst ging der älteste Hund an die Schüssel und fraß einen mehr als die Hälfte der Kekse. Dann kam der zweite und fraß einen mehr als die Hälfte von dem, was übrig geblieben war. Danach kam der dritte und fraß vom Rest einen mehr als die Hälfte. Zum Schluss fraß der vierte und kleinste Hund vom Verbliebenen einen Keks mehr als die Hälfte, und danach waren alle Kekse aufgefressen. Wie viele Kekse waren anfangs in der Schüssel?

- Zusatzaufgabe 43* (3 Zusatzpunkte):

Zehn Schalen stehen im Kreis. Sie werden – irgendwo beginnend – im Uhrzeigersinn mit 1, 2, ..., 9 bzw. 10 Murmeln gefüllt. In einem Zug darf man zu zwei benachbarten Schalen je eine Murmel hinzufügen oder aus zwei benachbarten Schalen – wenn beide nicht leer sind – je eine Murmel entfernen.

Kann man erreichen, dass nach endlich vielen Zügen in jeder Schale 2011 Murmeln liegen?