

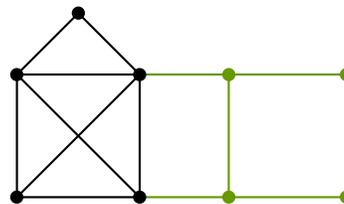
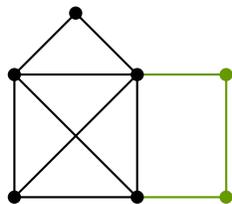


In einem Zirkel ausgegebene Hausaufgaben können im jeweils nächsten Zirkel bearbeitet abgegeben werden. Ihr erhaltet eine Korrektur im darauffolgenden Zirkel. Bitte beachtet folgende Hinweise:

- (i) Die Richtigkeit jedes Ergebnisses muss bewiesen werden. Falls eine Rechnung durchgeführt wird, gehört dazu auch eine Erklärung, was gerechnet wird.
- (ii) Beschriftet jedes Blatt, das ihr abgibt, mit eurem Namen. (Zu eurem Namen gehört mindestens ein Vorname und mindestens ein Nachname!)
- (iii) Falls ihr mehr als ein Blatt abgibt, so heftet diese zusammen.

• Aufgabe 46 (5 Punkte):

- (a) In welchen der folgenden Graphen existiert ein Eulerweg und/oder ein Eulerkreis? (D.h. ein Weg/Kreis durch den Graphen, der jede Kante genau einmal durchläuft)



- (b) Wir betrachten einen vollständigen  $n$ -Ecksgraphen. Also einen Graphen mit  $n$  Ecken, in dem jede Ecke durch genau eine Kante mit jeder übrigen Ecke verbunden ist.

Enthält der Graph einen Eulerweg? Falls nein: Wie viele Kanten muss man mindestens hinzufügen, damit der Graph einen Eulerweg enthält? Beantworte die Frage in Abhängigkeit von  $n$ .

• Zusatzaufgabe 47\* (5 Zusatzpunkte):

Konstruiere Graphen mit den folgenden Eigenschaften, oder beweise, dass solche Graphen nicht existieren:

- (a) Ein Graph mit 6 Ecken, die die Grade 1, 2, 3, 4, 5, bzw. 6 haben.
- (b) Ein Graph mit 7 Ecken, die die Grade 1, 2, 3, 4, 5, 6, bzw. 7 haben.

• Zusatzaufgabe 48\* (4 Zusatzpunkte):

Eine Zahlenfolge sei folgendermaßen definiert: Die erste Zahl ist eine Primzahl  $p$ . Die folgende Zahl erhält man aus der vorhergehenden Zahl, indem man sie verdoppelt und 1 addiert.

Kann es eine Startzahl geben, sodass die Folge nur aus Primzahlen besteht?

## MSG Zirkel 7c – Hausaufgaben

vom 06.04.2017 zum 27.04.2017

Daniel Platt – [www.math.hu-berlin.de/~plattd](http://www.math.hu-berlin.de/~plattd)



---

*Hinweis zu Aufgabe 46:* Ihr könnt zur Lösung das hinreichende und notwendige Kriterium für die Existenz eines Eulerkreises benutzen, das am 06.04.2017 im Zirkel besprochen wurde. Der Beweis für dieses Kriterium muss nicht nochmal wiederholt werden. Das Kriterium lautet:

*In einem Graphen existiert genau dann ein Eulerkreis, wenn alle Ecken geraden Grad haben.*