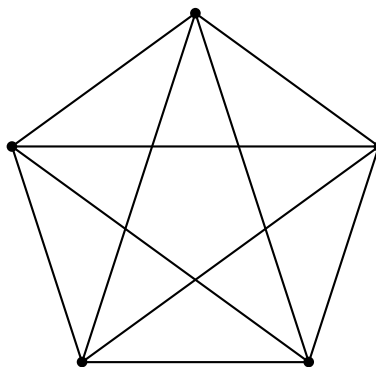


In einem Zirkel ausgegebene Hausaufgaben können im jeweils nächsten Zirkel bearbeitet abgegeben werden. Ihr erhaltet eine Korrektur im darauffolgenden Zirkel. Bitte beachtet folgende Hinweise:

- (i) Die Richtigkeit jedes Ergebnisses muss bewiesen werden. Falls eine Rechnung durchgeführt wird, gehört dazu auch eine Erklärung, was gerechnet wird.
- (ii) Beschriftet jedes Blatt, das ihr abgibt, mit eurem Namen. (Zu eurem Namen gehört mindestens ein Vorname und mindestens ein Nachname!)
- (iii) Falls ihr mehr als ein Blatt abgibt, so heftet diese zusammen.

- Aufgabe 51 (8 Punkte + 1 Zusatzpunkt):

Im Zirkel haben wir gezeigt, dass der Graph  $K_{3,3}$  nicht planar ist. Ziel dieser Aufgabe ist es zu zeigen, dass auch der vollständige Fünfecksgraph  $K_5$  nicht planar ist. (Der Graph ist im Folgenden abgebildet)



- (a) Nenne die Eulersche Polyederformel für einen zusammenhängenden, planaren Graphen. (Ohne Beweis)
- (b) Gegeben sei ein zusammenhängender, planarer Graph ohne Zweiecke und Eiecke mit  $K$  Kanten und  $G$  Gebieten. Zeige, dass dann gilt:  $3G \leq 2K$ .
- (c) Wie viele Ecken und Kanten hat der vollständige Fünfecksgraph  $K_5$ ? Warum ist das ein Widerspruch zu den Teilen (a) und (b), falls man annimmt, dass  $K_5$  planar ist?
- (d\*) Denke dir eine Textaufgabe aus, in der der Graph  $K_5$  ohne sich schneidende Kanten gezeichnet werden soll.

(Die Textaufgabe zum Graphen  $K_{3,3}$  lautete z.B.: *In einer Stadt gibt es drei Wohnhäuser und ein Elektrizitätswerk, ein Wasserwerk und eine Internetfirma. Lege Leitungen von jedem Versorgungsgebäude zu jedem Wohnhaus, ohne dass sich die Leitungen schneiden.*)

- Aufgabe 52 (2 Punkte):

Finde alle ganzen Zahlen  $n$  und  $m$ , die die Gleichung  $nm - n^2m^2 = 0$  lösen.