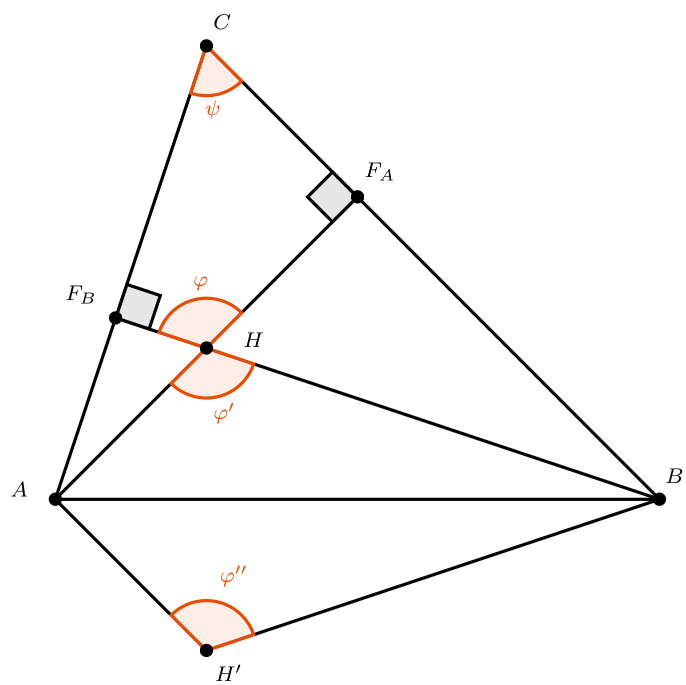
Aufgabe 55∗ (6 Zusatzpunkte):
Aus der Mathematik-Olympiade Aufgabe `510833`:
Es seien ABC ein spitzwinkliges Dreieck und H der Schnittpunkt seiner Höhen. Der Punkt H werde an der Geraden AB gespiegelt; der Bildpunkt werde mit H' bezeichnet.
Beweise: Das Viereck $AH'BC$ ist ein Sehnenviereck.

In der folgenden Skizze ist das Dreieck ΔABC gezeichnet. F_A und F_B sind die Höhenfußpunkte.



Es sei $\varphi = \angle F_A H F_B$, wie in der Skizze. Dann gilt

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi' && \text{(Scheitelwinkel)} && (1)\\ &= \varphi'' && \text{(Eigenschaften der Spiegelung)} && (2) \end{aligned}$$

und

$$\psi = 180^\circ - \varphi \qquad \text{(Innenwinkelsumme in } HF_ACF_B\text{)}. \qquad (3)$$

Also $\varphi'' + \psi = 180^\circ$. Nach dem Satz vom Sehnenviereck ist damit $AH'BC$ ein Sehnenviereck.