

Zahlen – Differenzierung

Dr. Elke Warmuth

Wintersemester 2017/18



Mathe 2000+

Intelligente Lösungen für die Praxis



Neuigkeiten
Termine

Projektinfo

Kontakt
Personen

Download

Elterninfo

Materialien



Mathe 2000+

Intelligente Lösungen für die Praxis



[Neuigkeiten/Termine](#)
[Projektinfo](#)
[Download](#)
[Elterninfo](#)
[Materialien](#)
[Kindergarten](#)

- [Kooperation Kiga Schule](#)

[Grundschule](#)
[Sekundarstufe I](#)
[Fachbücher für Lehrkräfte](#)
[Kontakt/Personen](#)

[Startseite](#) > [Materialien](#) > [Kinder spielerisch fördern – mit echter Mathematik.](#)

Kinder spielerisch fördern – mit echter Mathematik.

Anregungen zur Kooperation von Kindergarten und Grundschule mit dem Mathe 2000-Frühförderprogramm

Erich Ch. Wittmann (Hrsg.)



Ziel dieses Buches ist es, die Notwendigkeit einer frühen mathematischen Förderung bereits vor der Schule aufzuzeigen und den Blick für fachliche Qualität auf diesem Gebiet zu schärfen. Im Zentrum stehen 12 Praxisberichte aus verschiedenen Ländern, die verdeutlichen, wie die Zusammenarbeit von Grundschulen und Kindergärten unter Beachtung der lokalen Gegebenheiten organisiert werden kann und wie Kindergärten auch aus sich heraus aktiv werden können.

Eingerahmt werden diese Berichte durch grundsätzliche Überlegungen zu Zielen, Inhalten und Prinzipien einer ‚echten‘ mathematischen Frühförderung. Dem Buch beigelegt ist eine CD mit Videodokumenten, die einen lebendigen Eindruck von den Aktivitäten der Kinder vermitteln.

Quelle: <http://http://www.mathe2000.de/Materialien/kooperation-kindergarten-grundschule>

Startseite > Kontakt / Personen

Kontakt / Personen

Bitte wenden Sie sich bei Fragen und Wünschen per E-Mail direkt an einen der Projektleiter oder nutzen Sie das [Kontaktformular](#).



Prof. em. Dr. Dr. h.c. Erich Ch. Wittmann
E-Mail: wittmann@math.tu-dortmund.de
Solbergweg 41
44225 Dortmund
Tel. 0231 790 3510



Prof. em. Dr. Gerhard N. Müller
E-Mail: gnrmueller@web.de
Grüner Weg 14
48455 Bad Bentheim
Tel. 05922 77 90 665

Links

zahlenbuchfanclub.de

Damit erreichen Sie ein Forum mit aktuellen Informationen, Praxisrückmeldungen und Angeboten rund um das ZAHLENBUCH.

www.klett.de

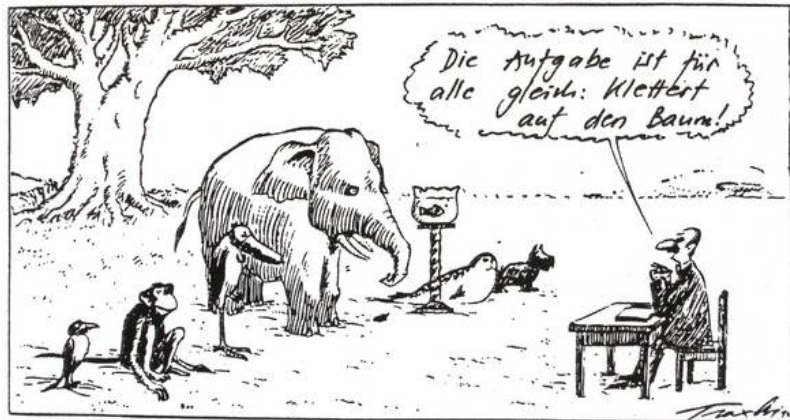
Auf dieser Seite sind sämtliche Einzeltitel des ZAHLENBUCHs und des Programms mathe 2000/Mathe 2000+ mit Bestellnummern und Preisangaben aufgelistet.

Leitprinzipien:

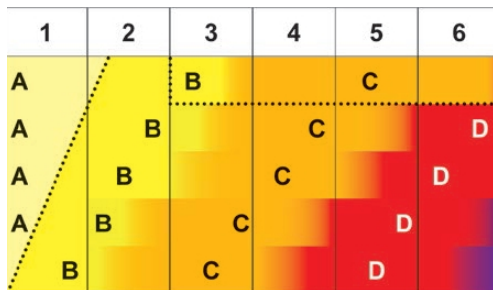
- ▶ Aktiv-entdeckendes und soziales Lernen
- ▶ Konzentration des Stoffes auf die tragenden Grundideen und Sparsamkeit in Darstellungsmitteln
- ▶ Grundlegendes, automatisierendes und produktives Üben
- ▶ Gemeinsame Förderung von Kindern mit Lernschwierigkeiten und von leistungsstarken Kindern nach dem **Prinzip der natürlichen Differenzierung**
- ▶ Systemische – d. h. kontinuierlich in den Lernprozess eingebettete – Qualitätssicherung



Quelle: <http://http://www.mathe2000.de/das-zahlenbuch-20122013>



- ▶ Befund: große Heterogenität in den Leistungen
äußerer Ausdruck: Kompetenzbänder des neuen RLP



- ▶ Heterogenität erfordert Differenzierung
- ▶ Differenzierung erfordert Diagnosefähigkeit



▶ äußere Differenzierung:

Herstellen von möglichst homogenen Lerngruppen in Bezug auf die Leistung

▶ innere Differenzierung:

innerhalb einer Klasse oder Lerngruppe individualisierte Arbeit

1. durch Wochenplan, freie Arbeit, Werkstattunterricht, Stationenlernen, ... usw. ,
2. durch natürliche Differenzierung.



Nachteile der inneren Differenzierung durch Arbeit an differenzierten und individualisierten Aufgaben, z.B. durch Wochenplanunterricht

- ▶ SuS haben Tendenz, Aufgaben abzuarbeiten.
- ▶ Es sind gleichzeitig zu viele verschiedene Aufgaben im Raum.
- ▶ „Mathematiktreiben“ bzw. Diskussion darüber ist schwierig.
- ▶ Durch Verschiedenheit der Inhalte macht Austausch nur bedingt Sinn.
- ▶ Wesentliche allgemeine Lernziele des MU wie Kommunizieren, Argumentieren treten in den Hintergrund.
- ▶ Diese Unterrichtsformen sind für lernschwache SuS auf der Leistungsebene nur unter bestimmten Bedingungen wirksam.

Merkmale

- ▶ Alle Kinder erhalten das gleiche Lernangebot (eine Aufgabe, ein zu bearbeitendes Problem). Es ermöglicht durch eine niedrige Eingangsschwelle für alle Kinder einen Zugang, bietet aber auch „Rampen“ für Leistungsstarke.
- ▶ Das Angebot muss dem Kriterium der inhaltlichen Ganzheitlichkeit genügen. Das heißt, eine gewisse Komplexität (nicht Kompliziertheit) der Aufgabe ist notwendig.
- ▶ Die Aufgaben enthalten naturgemäß Fragestellungen mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad.

Merkmale (Fortsetzung)

- ▶ Das zu bearbeitende Niveau wird nicht von der Lehrperson vorgegeben, sondern die Kinder wählen dies für sich aus.
- ▶ Lösungswege, Darstellungsformen, Hilfsmittel, manchmal sogar die Problemstellungen selbst sind freigestellt.
- ▶ Soziales Mit- und Voneinanderlernen wird auf natürliche Art und Weise erzeugt, da es von der Sache her sinnvoll ist, unterschiedliche Zugangsweisen auszutauschen.

Plättchen in der Stellenwerttafel, 3. Klasse
Stellenwerttafel mit Ausgangszahl 342. Durch Hinzulegen von zwei zusätzliche Plättchen möglichst viele neue Zahlen zu finden.



Erläutern und analysieren Sie die Vorgehensweisen von Miriam und Alexander.

Sehen Sie einen Unterschied in der individuellen Herangehensweise?

Hunderter H	Zehner Z	Einer E	Zahl
●●●	●●●●	●●	<u>342</u>
●●●●	●●●●	●●	<u>542</u>
●●●	●●●●●	●●	<u>362</u>
●●●	●●●●	●●●	<u>344</u>
			—
			—
			—

Miriam, 3. Klasse

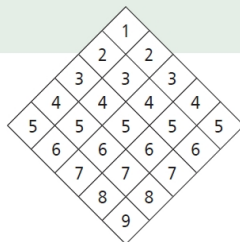
Hunderter H	Zehner Z	Einer E	Zahl
●●●	●●●●	●●	<u>342</u>
●●●	●●●●●	●●	<u>353</u>
●●●	●●●●●	●●	<u>452</u>
●●●	●●●●●	●●	<u>362</u>
●●●	●●●●	●●●	<u>443</u>
●●●●	●●●●	●●	<u>542</u>
●●●	●●●●	●●●	<u>344</u>

Alexander, 3. Klasse

Zahlenfeld, 3. bis 4. Klasse

9 Zahlenfeld

- 1 Erkunde das Zahlenfeld. Was fällt dir auf?
- 2 Arbeite mit einem Partner.
Findet schlaue Wege, um alle Zahlen zu addieren.
Begründet euren Rechenweg.



Quelle: Individuelle Stärken herausfordern – 11 Lernumgebungen für einen differenzierenden kompetenzorientierten

Mathematikunterricht von der Schulanfangsphase bis zur 6. Klasse. Berlin: SenBWF, 2009

Opa Piepenbrink, 1. bis 3. Klasse

8 Opa Piepenbrink

Auf dem Bauernhof von Opa Piepenbrink sind Hühner und Kaninchen.
Zusammen sind es 20 Beine.

- a** Wie viele Hühner und Kaninchen könnte Opa Piepenbrink haben?
- b** Gibt es noch andere Möglichkeiten?
- c** Findest du sie alle?
Wie viele Möglichkeiten gibt es?
- d** Beschreibe deinen Lösungsweg.



Quelle: Individuelle Stärken herausfordern – 11 Lernumgebungen für einen differenzierenden kompetenzorientierten

Mathematikunterricht von der Schulanfangsphase bis zur 6. Klasse. Berlin: SenBWF, 2009

Geld wechseln, 2. Klasse

Wie viele Möglichkeiten gibt es, 15 Cent zusammenzustellen, wenn beliebig viele 1-, 2-, 5- und 10-Cent-Münzen zur Verfügung stehen?

10 Cent	5 Cent	2 Cent	1 Cent
1	1	0	0
1	0	2	1
1	0	1	3
1	0	0	5
0	3	0	0
0	2	2	1
0	2	1	3
0	2	0	5
0	1	5	0
0	1	4	2
0	1	3	4

10 Cent	5 Cent	2 Cent	1 Cent
0	1	2	6
0	1	1	8
0	1	0	10
0	0	7	1
0	0	6	3
0	0	5	5
0	0	4	7
0	0	3	9
0	0	2	11
0	0	1	13
0	0	0	15

Quelle: F. Padberg, A. Büchter: Einführung Mathematik Primarstufe – Arithmetik. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2015.

Lernumgebung – Mittel zur natürlichen Differenzierung

Eine Lernumgebung

- ▶ ist eine flexible große Aufgabe
- ▶ ist durch Leitgedanken – innermathematisch oder sachbezogen – zusammengebunden
- ▶ besteht in der Regel aus mehreren Teilaufgaben und Arbeitsanweisungen
- ▶ beschreibt im Wesentlichen eine Unterrichtssituation mit Zielen, Inhalten und Vorgehensweisen bzw. Tätigkeiten aller Akteure.

Quelle: U. Hirt, B. Wälti: Lernumgebungen im Mathematikunterricht, S. 110–117, Klett/Kallmeyer 2008

„Lernumgebungen bester Qualität, sogenannte substantielle Lernumgebungen, müssen folgenden Kriterien genügen:

- ▶ Sie müssen zentrale Ziele, Inhalte und Prinzipien des Mathematikunterrichts repräsentieren.
- ▶ Sie müssen reiche Möglichkeiten für mathematische Aktivitäten von SuS bieten.
- ▶ Sie müssen flexibel sein und leicht an die speziellen Gegebenheiten einer bestimmten Klasse angepasst werden können.
- ▶ ...“

Quelle: E. Ch. Wittmann: Design und Erforschung von Lernumgebungen als Kern der Mathematikdidaktik. In:

Beiträge zur Lehrerbildung 16(3), S. 329–324



Eine substantielle Lernumgebung

- ▶ ermöglicht durch natürlich differenzierende Aufgabenstellung individuelle Lösungswege
- ▶ fördert Kompetenzerwerb durch vielfältige bedeutungsvolle mathematische Tätigkeiten
- ▶ enthält unterschiedliche Anforderungen, so dass eine Passung an die individuellen Lernvoraussetzungen möglich ist, d.h. Anforderungen liegen in der Anspruchszone gerade oberhalb der aktuellen Fähigkeiten.

Quelle: U. Hirt, B. Wälti: Lernumgebungen im Mathematikunterricht, Klett/Kallmeyer 2008



Organisation der Arbeit mit Lernumgebungen

▶ Inszenierung

- ▶ Lehrperson illustriert die Aufgabe mit ein/zwei Beispielen
- ▶ steckt den Rahmen ab, klärt Regeln, definiert Freiraum für mathematisches Tun
- ▶ wenige Minuten, informativ und frontal
- ▶ bei sachorientierten Aufgaben Kontext klären



- ▶ Phase der Eigentätigkeit und individueller fachlicher Begleitung
 - ▶ SuS treiben Mathematik auf ihrem je eigenen Niveau.
 - ▶ Im ersten Teil produzieren alle SuS Rechnungen oder gewinnen Daten. In dieser Phase arbeitet jeder für sich.
 - ▶ Lehrperson unterstützt Eigentätigkeit individuell und fachlich, hält sich aber mit Erklärungen zurück.
 - ▶ Lehrperson stellt individuell weiterführende Aufgaben, die in der Lernumgebung angelegt sind (natürliche Differenzierung).
 - ▶ Nach dem ersten Teil spontaner Austausch zugelassen.
 - ▶ Hohe Präsenz und aktive Rolle der Lehrperson.
 - ▶ Lehrperson organisiert fachliche Dialoge.
- ▶ Auswertung
 - ▶ SuS tauschen ihre Vorgehensweisen und Feststellungen aus.
 - ▶ Lehrperson gibt organisierende Impulse.



Anerkennungskultur

- ▶ Teilleistungen der Kinder positiv wertend in die Arbeit einer Lerngruppe aufnehmen
- ▶ keine defizitorientierte Sicht (Was kann das Kind noch nicht?)
- ▶ Teilleistungen stärken das Selbstkonzept der Lernenden
- ▶ erfordert Diagnosekompetenz der Lehrpersonen

Quelle: U. Hirt, B. Wälti: Lernumgebungen im Mathematikunterricht, Klett/Kallmeyer 2008

► Arbeit in Lernumgebungen

Nicht den gesamten MU kann man mit Lernumgebungen gestalten.

Vor allem müssen Phasen des intelligenten Übens grundlegender Fertigkeiten geplant werden.

Vorher müssen Lernende Vorstellungen über und möglichst auch Verständnis für die Sache aufgebaut haben.

Quelle: U. Hirt, B. Wälti: Lernumgebungen im Mathematikunterricht, Klett/Kallmeyer 2008

- ▶ Thema: Addition, Rechengesetze
- ▶ 3. bis 5. Schuljahr
- ▶ 2 bis 4 Unterrichtsstunden
- ▶ Material: Kopiervorlage Hundertertafel, Pentomino-Schablonen

Beispiel Pentominos auf der Hundertertafel



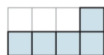
1



2



3



4



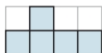
5



6



7



8



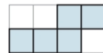
9



10



11



12

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Beispiel Pentominos auf der Hundertertafel

- Wähle ein Pentomino und lege es auf die Hundertertafel. Berechne die Summe der fünf von ihm abgedeckten Zahlen.
 - Verschiebe es um ein Feld nach links oder rechts, dann nach oben oder unten und berechne jeweils die Summe. Was fällt dir auf?
 - Wiederhole die Aufgaben a) und b) mit einem anderen Pentomino.
- Nimm ein Pentomino und lege es so, dass die Summe der zugedeckten Zahlen möglichst 80 (150, 222, 333) beträgt.
 - Vergleiche deine Ergebnisse mit einer Partnerin und einem Partner.
 - Bestimme selber eine Summe und versuche, sie mit einem Pentomino zu erreichen.
- Welche Pentominos kann man so legen, dass die Summe der abgedeckten Zahlen durch 5 teilbar ist.
- Lege zwei verschiedene Pentominos so auf die Hundertertafel, dass sie die gleiche Summe abdecken.

Quelle: U. Hirt, B. Wälti: Lernumgebungen im Mathematikunterricht, S. 110, Klett/Kallmeyer 2008

1. a) Wähle ein Pentomino und lege es auf die Hundertertafel. Berechne die Summe der fünf von ihm abgedeckten Zahlen.
b) Verschiebe es um ein Feld nach links oder rechts, dann nach oben oder unten und berechne jeweils die Summe. Was fällt dir auf?
c) Wiederhole die Aufgaben a) und b) mit einem anderen Pentomino.

Quelle: U. Hirt, B. Wälti: Lernumgebungen im Mathematikunterricht, S. 110, Klett/Kallmeyer 2008

Aufgabe Wie kann man vorgehen?

- ▶ Inszenierung: Im Plenum Beispiele mit einem Pentomino, das mehrmals nach rechts verschoben wird, vormachen. Ergebnisse notieren.
- ▶ Eigentätigkeit: SuS still experimentieren lassen
- ▶ Auswertung: Erkenntnisse über Veränderung der Summe im Plenum sammeln

Beispiel Pentominos auf der Hundertertafel

2. a) Nimm ein Pentomino und lege es so, dass die Summe der zugedeckten Zahlen möglichst 80 (150, 222, 333) beträgt.
- b) Vergleiche deine Ergebnisse mit einer Partnerin und einem Partner.
- c) Bestimme selber eine Summe und versuche, sie mit einem Pentomino zu erreichen.

Beispiel Pentominos auf der Hundertertafel

Dokumente aus der Erprobung (3. Klasse)

Einfache Lösungen

Delilah hat, wie die meisten Kinder, für ihre „Reise“ ein einfaches Pentomino ausgesucht und die Summe „150“ (2. Aufgabe) in der Spalte ganz rechts markiert. Sie hat den Stab nach links, dann wieder nach rechts verschoben. Aufgrund der Reihenfolge der Rechnungen ist zu erkennen, dass sie nicht systematisch vorgeht. Bei systematischerem Vorgehen hätte sie möglicherweise den Zusammenhang zwischen Summe und Verschieben gefunden.

$$10+20+30+40+50=150$$

$$1+11+21+31+41=105$$

$$(5+15+25+35+45=125)$$

$$6+7+8+9+10=46$$

$$3+13+23+33+43=115$$

$$2+12+22+32+42=110$$

$$4+14+24+34+44=120$$

*Ich finde die
erste rechnung
am leichtesten.*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

Quelle: Hirt/Wälti: Lernumgebungen im Mathematikunterricht, S. 113, Klett/Kallmeyer 2008

Beispiel Pentominos auf der Hundertertafel

Dokumente aus der Erprobung (3. Klasse)

Mittlere Lösungen

Andrin bemerkt, dass ein Verschieben des „Tunnels“ um drei Felder nach rechts die Summe um 15 vergrößert.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

$$\begin{array}{l} 1+2+3+14+13=30 \\ \hline 4+5+6+14+16=45 \\ \hline 7+8+9+17+19=60 \end{array} \left. \begin{array}{l} 15 \\ 15 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{das Resultat ist} \\ \text{immer} \\ \text{fünfzehn mehr.} \end{array}$$

Ich hab immer drei Pentomina figuren verschickt. Die anderen Zahlen werden immer drei Zahlen grösser.

Quelle: U. Hirt, B. Wälti: Lernumgebungen im Mathematikunterricht, S. 114, Klett/Kallmeyer 2008

Beispiel Pentominos auf der Hundertertafel

Anspruchsvolle Lösungen

Kai nutzt die Struktur der Hundertertafel: Verschieben des Stabs nach rechts vergrößert die Summe um fünf. Er nutzt diese Einsicht und verschiebt den Stab mit der Summe „145“ um ein Feld nach rechts. Den „Tunnel“ zeichnet er korrekt ein. Er dokumentiert jedoch seine Überlegungen nicht.

$$10+20+30+40+50=150$$

$$9+19+29+39+49=145$$

$$25+26+27+35+37=150$$

Der Stab nach links = -5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Quelle: U. Hirt, B. Wälti: Lernumgebungen im Mathematikunterricht, S. 114, Klett/Kallmeyer 2008

Beispiel Pentominos auf der Hundertertafel

3. Welche Pentominos kann man so legen, dass die Summe der abgedeckten Zahlen durch 5 teilbar ist.
4. Lege zwei verschiedene Pentominos so auf die Hundertertafel, dass sie die gleiche Summe abdecken.

Joel

195

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

379

Joel –3. Klasse – hochbegabt

Quelle: U. Hirt, B. Wälti: Lernumgebungen im Mathematikunterricht, S. 110, Klett/Kallmeyer 2008



Zur Heterogenität

Kinder mit einfachen Lösungen

- ▶ verschieben ein oder mehrere Pentominos schrittweise auf dem Hunderterfeld und berechnen die Summen
- ▶ erreichen vorgegebene Summen näherungsweise
- ▶ berechnen Summen auch ohne Berücksichtigung von Rechengesetzen
- ▶ operieren auf der Hundertertafel mit Pentominos

Zur Heterogenität

Kinder mit anspruchsvollen Lösungen

- ▶ klären Zusammenhänge zwischen Summe, Position und Form eines Pentominos
- ▶ wenden Rechengesetze beim Addieren an
- ▶ verstehen den Zusammenhang zwischen Lage der Pentominos und dem Fünferrest (Symmetrieeigenschaften)
- ▶ stellen sich Bewegungen auf der Hundertertafel vor (z.B. Verschieben eines Pentominos um zwei Felder nach links)



Weitere Quellen:

- ▶ Ch. Benz, A. Peter-Koop, M. Grüßing: Frühe mathematische Bildung – Mathematiklernen der Drei- bis Achtjährigen. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2014.
- ▶ K. Hasemann, H. Gasteiger: Anfangsunterricht Mathematik. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2014.
- ▶ F. Käpnick: Mathematiklernen in der Grundschule. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2014.
- ▶ G. Krauthausen, P. Scherer: Umgang mit Heterogenität – Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht der Grundschule. Publikation des Programms SINUS an Grundschulen. IPN Kiel: 2010.