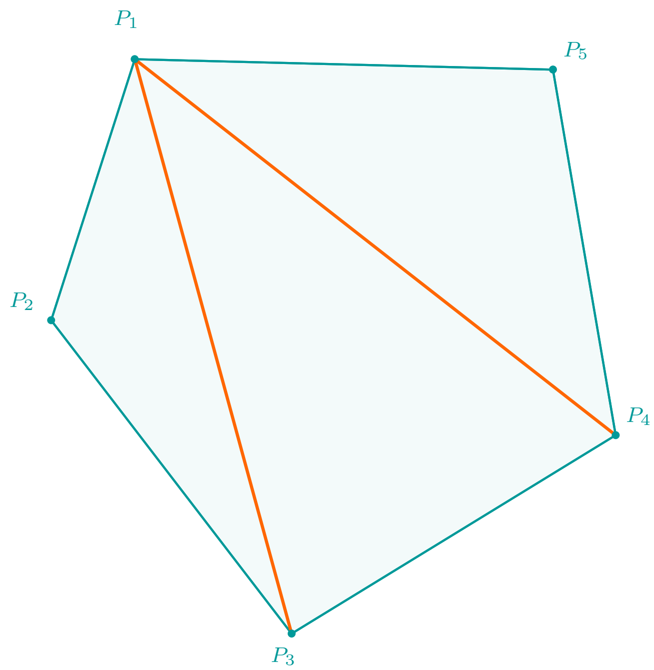
MSG Zirkel 7c – Lösung zur Hausaufgabe
Aufgabe `H-07009`
Daniel Platt

Gegeben sei ein konvexes n-Eck; also ein n-Eck, bei dem alle Diagonalen vollständig im n-Eck liegen. Gib die Innenwinkelsumme in Abhängigkeit von der Eckenzahl an und beweise die gefundene Formel.

Lösung 1

Für die Innenwinkelsumme χ des n-Ecks gilt $\chi = (n-2) \cdot 180°$.



Es seien $P_1, \ldots, P_n$ die Eckpunkte des n-Ecks gegen den Uhrzeigersinn nummeriert. In das n-Eck zeichnen wir Strecken $\overline{P_1P_3}$, $\overline{P_1P_4}$, …, $\overline{P_1P_{n-2}}$. Wir erhalten insgesamt $n-2$ Dreiecke, nämlich $\Delta P_1P_2P_3$, $\Delta P_1P_3P_4$, …, $\Delta P_1P_{n-1}P_n$.

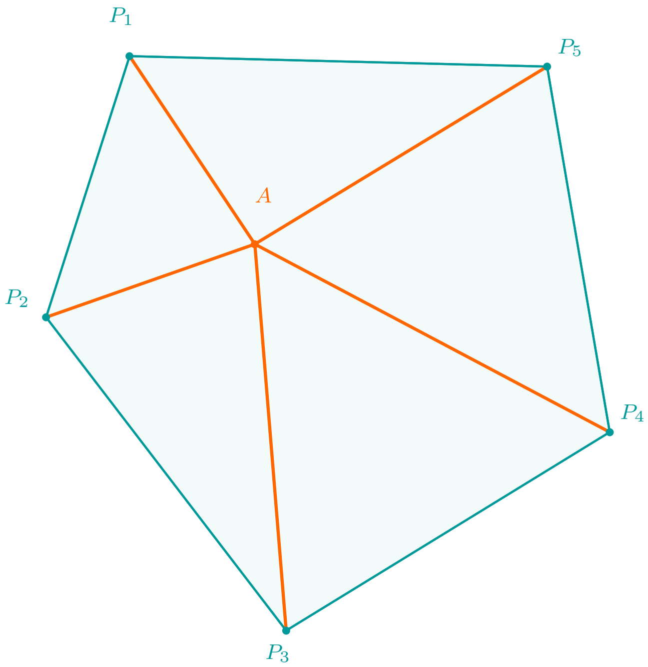
nach Konstruktion gilt dann, dass die Innenwinkelsumme im n-Eck gleich der zusammengezählten Winkelsummen in den Dreiecken ist. In jedem der $n-2$ Dreiecke ist die Innenwinkelsumme 180°. Also ist die Innenwinkelsumme im n-Eck gerade

$$\chi = \underbrace{(n-2)}_{\text{Anzahl Dreiecke}} \cdot \underbrace{180°}_{\text{Winkelsumme Dreieck}}.$$

MSG Zirkel 7c – Lösung zur Hausaufgabe
Aufgabe `H-07009`
Daniel Platt

Lösung 2

Für die Innenwinkelsumme χ des n-Ecks gilt $\chi = n \cdot 180° - 360°$.



Es seien $P_1, \ldots, P_n$ wie vorher. Weiter sei A irgendein Punkt im Inneren des n-Ecks. Wir betrachten nun alle Dreiecke, die aus zwei benachbarten Eckpunkten des n-Ecks und dem Punkt A bestehen. Also die Dreiecke ΔP_1P_2A, ΔP_2P_3A, $\ldots$, ΔP_5P_1A. Das sind insgesamt n Dreiecke.

Die Gesamt-Innenwinkelsumme aller Dreiecke beträgt $\psi = n \cdot 180°$. Dies ist bereits *fast* die Innenwinkelsumme des n-Ecks. Der einziger Unterschied ist der Vollwinkel bei A. ψ zählt diesen Vollwinkel mit. Dieser Vollwinkel ist aber kein Innenwinkel des n-Ecks, also muss gelten:

$$\chi = \psi - 360° = n \cdot 180° - 360°.$$