



Beachtet folgende Hinweise für Aufgaben, die abgegeben werden:

- (i) Die Richtigkeit jedes Ergebnisses muss bewiesen werden. Zu so einem Beweis gehört neben dem Rechenweg auch eine Erklärung, was genau gerechnet wird.

Wurde die Richtigkeit eines Ergebnisses nicht bewiesen, so wird dieses Ergebnis mit 0 Punkten bewertet.

- (ii) Beschriften jedes Blatt, das ihr abgibt, mit eurem Namen. (Zu eurem Namen gehört mindestens ein Vorname und mindestens ein Nachname!)

- (iii) Falls ihr mehr als ein Blatt abgibt, so heftet diese zusammen.

• **Zusatzaufgabe H-07026\* (4 Punkte):**

Gegeben sei ein zusammenhängender Graph, der sich in der Ebene ohne sich kreuzende Kanten zeichnen lässt. Dann gilt:

$$e - k + g = 2$$

( $e$  = Anzahl von Ecken in  $G$ ,  $k$  = Anzahl von Kanten,  $g$  = Anzahl von Gebieten)

(Diese Aussage heißt die *Eulersche Polyederformel*. Beweis der Aussage und die Definitionen Ecke, Kante, Gebiet könnt ihr in der Zusammenfassung zum Thema Graphentheorie unter <http://didaktik.mathematik.hu-berlin.de/files/skript-summe.pdf> nachlesen)

- (a) Zeige, dass die Formel im Allgemeinen für nicht-zusammenhängende Graphen nicht gilt. (Also gib ein Beispiel an, für das sie nicht gilt)
- (b) Kann es überhaupt einen nicht-zusammenhängenden Graphen geben, in dem die Eulersche Polyederformel gilt? Beweise deine Antwort.

• **Aufgabe H-07045 (3 Punkte):**

Mike, Thomas, Reiko und Jan haben auf dem Hof Fußball gespielt und eine Fensterscheibe eingeschlagen. Als der Vorfall untersucht wurde, machten die Jungen folgende Aussagen:

- Mike: „Das Fenster hat Thomas oder Reiko eingeschlagen.“
- Jan: „Reiko hat es getan.“
- Thomas: „Ich habe das Fenster nicht eingeschlagen.“
- Reiko: „Ich auch nicht!“

Ihr Zirkelleiter, der die Jungen gut kannte, sagte: „Drei von ihnen sprechen immer die Wahrheit.“

Wer hat das Fenster eingeschlagen?