



Beachtet folgende Hinweise für Aufgaben, die abgegeben werden:

- (i) Die Richtigkeit jedes Ergebnisses muss bewiesen werden. Zu so einem Beweis gehört neben dem Rechenweg auch eine Erklärung, was genau gerechnet wird.

Wurde die Richtigkeit eines Ergebnisses nicht bewiesen, so wird dieses Ergebnis mit 0 Punkten bewertet.

- (ii) Beschriften jedes Blatt, das ihr abgibt, mit eurem Namen. (Zu eurem Namen gehört mindestens ein Vorname und mindestens ein Nachname!)

- (iii) Falls ihr mehr als ein Blatt abgibt, so heftet diese zusammen.

• **Zusatzaufgabe H-07044\* (4 Punkte):**

- (a) Gegeben sind drei Haufen: Auf dem ersten liegen 3 Steine, auf dem zweiten 6 Steine, auf dem dritten 12 Steine. Zwei Spieler ziehen abwechseln, ein Spielzug besteht darin, beliebig viele Steine von einem der Haufen zu nehmen. Es verliert derjenige Spieler, der zuerst nicht mehr ziehen kann.

Zeige: Der beginnende Spieler kann den Sieg erzwingen. Gib einen Zug an, mit dem er den Sieg erzwingen kann.

- (b) Gegeben seien 100 Haufen, wobei die Größe des  $i$ -ten Haufens gerade gleich der  $i$ -ten Primzahl ist. Der erste Haufen enthält also zwei Steine, der zweite drei Steine, der dritte fünf Steine und so weiter. Die Spielregeln seien wie bei (a).

Welcher Spieler kann hier den Sieg erzwingen?

• **Zusatzaufgabe H-07045\* (3 Punkte):**

Beim Spiel “Tip-Top” stellen sich zwei Spieler in drei Metern Entfernung gegenüber auf. In jedem Spielzug dürfen sie sich um eine Fußlänge oder eine Fußbreite vorwärtsbewegen. Es gewinnt derjenige Spieler, der in seinem Spielzug auf den Fuß des Gegners treten kann.

- (a) Beide Spieler haben eine Fußlänge von  $30\text{cm}$  und eine Fußbreite von  $15\text{cm}$ . Wer kann den Sieg erzwingen?
- (b) Einer der beiden Spieler dieselben Fußmaße wie in (a). Der andere hat eine Fußlänge von  $45\text{cm}$  und eine Fußbreite von  $15\text{cm}$ . Durch Mogeln kann er sich aber auch um  $30\text{cm}$  fortbewegen (wenn er den Fuß etwas schräg stellt).

Zeige: Der großfüßige Spieler kann den Sieg erzwingen. Das ist unabhängig davon, ob er anfängt oder nicht.