Humboldt-Universität zu Berlin
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät
Institut für Mathematik
A. Filler

Sommersemester 2016

Test 1 zur Vorlesung **Analysis II** (Kombinationsbachelor-Studiengang) Mo – A

Aufgabe 1 – Definition

Was versteht man unter einer Riemannschen Summe?

Aufgabe 2 – Beweis

Es sei $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ stetig und $F(x) := \int\limits_a^x f(t)dt$. Beweisen Sie, dass F eine Stammfunktion von f ist.

Aufgabe 3 – Rechnen

Approximieren Sie die Kosinusfunktion um 0 durch ein Polynom dritten Grades. Wie groß ist der Fehler maximal für $|x| < \frac{\pi}{4}$?

Test 1 zur Vorlesung **Analysis II** (Kombinationsbachelor-Studiengang) Mo – B

Aufgabe 1 – Definition

Was sind die Ober- und Untersumme einer beschränkten Funktion bzgl. einer Zerlegung ζ? Definieren Sie den Begriff der Riemann-integrierbaren Funktion.

Aufgabe 2 – Beweis

Seien $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ und $g\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ Riemann-integrierbar und $f \leq g$. Zeigen Sie:
$\int\limits_a^b f(x)dx \leq \int\limits_a^b g(x)dx$.

Aufgabe 3 – Rechnen

Approximieren Sie die Sinusfunktion um 0 durch ein Polynom dritten Grades. Wie groß ist der Fehler maximal für $|x| < \frac{\pi}{4}$?

Test 1 zur Vorlesung **Analysis II** (Kombinationsbachelor-Studiengang) Di, 9 Uhr – A

Aufgabe 1 – Definition

Formulieren Sie das Riemannsche Integrierbarkeitskriterium.

Aufgabe 2 – Beweis

a)

Sei $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ Riemann-integrierbar. Zeigen Sie:
$-f$ ist ebenfalls Riemann-integrierbar.

b)

Beweisen Sie die Additionstheoreme für die Sinus- und Kosinusfunktion.

Aufgabe 3 – Rechnen

Bestimmen Sie die Taylorentwicklung der Funktion $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) := \ln(x+1)$$

um 0.

Humboldt-Universität zu Berlin
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät
Institut für Mathematik
A. Filler

Sommersemester 2016

Test 1 zur Vorlesung **Analysis II** (Kombinationsbachelor-Studiengang) Di, 9 Uhr – B

Aufgabe 1 – Definition

Es sei $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion und $x_0 \in I$. Was versteht man unter dem n-ten Taylorpolynom von f in x_0? Welche Voraussetzungen muss f erfüllen, damit es definiert ist?

Aufgabe 2 – Beweis

Zeigen Sie:

Es sei $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ beschränkt und für jedes $\varepsilon > 0$ existiert eine Zerlegung ζ von $[a, b]$, so dass die Differenz aus Ober- und Untersumme von f bzgl. der Zerlegung ζ kleiner als ε ist. Dann ist f Riemann-integrierbar.

Aufgabe 3 – Rechnen Berechnen Sie das Integral:

$$\int_2^4 \frac{x^2-x}{x^3-x^2+x-1} dx.$$

Humboldt-Universität zu Berlin
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät
Institut für Mathematik
A. Filler

Sommersemester 2016

Test 1 zur Vorlesung **Analysis II** (Kombinationsbachelor-Studiengang) Di, 13:30 Uhr – A

Aufgabe 1 – Definition

Definieren Sie $\exp : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$. Definieren Sie außerdem $\sin : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ und $\cos : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ am Einheitskreis und mit Hilfe der Exponentialfunktion.

Aufgabe 2 – Beweis

Sei $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ stetig. Zeigen Sie:

$$\left| \int_a^b f(x)\,dx \right| \le \int_a^b |f(x)|\,dx.$$

Aufgabe 3 – Rechnen

Approximieren Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) := \frac{2x+1}{x^2+1}$$

nahe 0 durch eine Funktion dritten Grades.

gestrichen: Bestimmen Sie den maximalen Fehler für $|x| < 1$. – sorry, die Aufgabe war zu schwer

Humboldt-Universität zu Berlin
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät
Institut für Mathematik
A. Filler

Sommersemester 2016

Test 1 zur Vorlesung **Analysis II** (Kombinationsbachelor-Studiengang) Di, 13:30 Uhr – B

Aufgabe 1 – Definition

Es sei $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion und $x_0 \in I$. Was versteht man unter dem n-ten Taylorpolynom von f in x_0? Welche Voraussetzugen muss f erfüllen, damit es defniert ist?

Aufgabe 2 – Beweis

Sei $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ stetig und $f \geq 0$. Zeigen Sie: Aus $\int\limits_a^b f(x)dx = 0$ folgt $f \equiv 0$.

Aufgabe 3 – Rechnen

Stellen Sie $\frac{1+i}{1-i} \cdot e^{i\frac{\pi}{4}}$ in algebraischer Form und in Polarkoordinaten dar.