

Disziplinengeschichte „Mathematik“

Helmut Koch und Jürg Kramer

Erster Teil

Die Mathematik bis 1890: Einleitung und Überblick

Die Mathematik entwickelte sich bereits im griechischen Altertum zu einer in sich abgeschlossenen Wissenschaft. Die *Elemente* des EUKLID, geschrieben um 325 v. Chr., stellen das mathematische Wissen der damaligen Zeit zusammen. Das Werk, von dem dreizehn Bände erhalten sind, wurde vorbildlich für die weitere Entwicklung einer einheitlichen Disziplin Mathematik in Europa. Von der griechischen Mathematik wurde beispielsweise die noch heute gültige Fachsystematik (Definition, Satz, Beweis) ausgebildet. Jedoch wurden wesentliche Teile der Mathematik erst später entwickelt. Insbesondere gab es seit der Renaissance eine kontinuierliche und dynamische Entwicklung, in der Gebiete wie die Differential- und Integralrechnung sowie die Funktionentheorie und, in neuerer Zeit, eine einheitliche Darstellung von Algebra und Zahlentheorie bestimmend waren. Zum Zeitpunkt der Gründung der Berliner Universität war die einheitliche Ausbildung der Disziplin Mathematik im Vergleich zu anderen Disziplinen also sehr weit vorangeschritten.

Die Anfänge der Mathematik an der Berliner Universität waren kläglich. Es ist jedoch A. v. HUMBOLDT dank seiner Kenntnis der hervorragenden Stellung der französischen Naturwissenschaften und Mathematik zu verdanken, dass in Berlin Strukturen geschaffen wurden, die es erlaubten, in der Mathematik zunehmend eine weltweit führende Stellung aufzubauen. Die erste Periode von Weltbedeutung begann mit der Berufung von G. P. L. DIRICHLET 1831. DIRICHLET war zu diesem Zeitpunkt erst 26 Jahre alt. Ganz allgemein gab es weltweit immer wieder Berufungen von sehr jungen Mathematikern. Dies erklärt sich daraus, dass die Mathematik weder Experimente noch das Studium umfangreicher Werke der Vergangenheit benötigt. Es kommt auf das Genie des Wissenschaftlers an, das sich am besten in jungen Jahren zeigt. Im Jahre 1834 kam der Schweizer Geometer J. STEINER dazu. Als dritter Mathematiker von Weltbedeutung kam C. G. J. JACOBI nach Berlin, wo er als Mitglied der Akademie mit dem Recht, an der Universität Vorlesungen zu halten, wirkte. JACOBI hatte seine Hauptentwicklungszeit an der Königsberger Universität hinter sich, als er 1843 mit 39 Jahren aus Krankheitsgründen als Akademienmitglied nach Berlin kam. Bereits in Königsberg hat er auf dem Gebiet der Mathematik die *Universität neuen Typus* begründet, in der Dozenten neben Vorlesungen auch Forschungsarbeit leisten. Im *Mathematischen Seminar* wird beides vereinigt durch Vorträge für Studierende und von Studierenden über neueste Forschungsergebnisse. Weiter ist G. EISENSTEIN zu nennen, der sich 1847 habilitierte und damit Privatdozent an der Universität wurde. Jedoch starb er bereits 1852 im Alter von 29 Jahren. Die Geschichte der Mathematik an der Berliner Universität ist nicht zu verstehen ohne auf B. RIEMANN einzugehen. Er war ein Schüler von DIRICHLET, ist aber eher der Göttinger Mathematik zuzurechnen. Er war einer der bedeutendsten Mathematiker des 19. Jahrhunderts und hat durch seine Arbeiten die Mathematik, besonders seit dem Beginn des 20. Jahrhunderts, entscheidend beeinflusst.

1851 starb JACOBI. Nach dem Tode von C. F. GAUß 1855 wurde DIRICHLET als sein Nachfolger an die Universität Göttingen berufen. Damit endete die erste Blütezeit der Mathematik an der Berliner Universität. Jedoch wurde die zweite sogleich durch seinen

Nachfolger E. E. KUMMER eingeleitet. Er sorgte dafür, dass K. WEIERSTRAB nach Berlin kam. 1855 kam auch L. KRONECKER als finanziell unabhängiger Wissenschaftler nach Berlin. Erst nach der Emeritierung von KUMMER 1883 wurde er Professor an der Universität. In dieser Zeit war Berlin nicht nur das bedeutendste Zentrum der Mathematik in Deutschland, sondern löste auch Paris als Welthauptstadt der Mathematik ab. WEIERSTRAB beendete seine Vorlesungstätigkeit 1890. Dies markiert das Ende der zweiten Blütezeit der Mathematik an der Universität. Neben Berlin war in Deutschland die Universität Göttingen das wichtigste Zentrum der Mathematik. Hier wirkten außer GAUB die Mathematiker DIRICHLET (1855-1859), RIEMANN (1849-1866), DEDEKIND (1850-1858), KLEIN (1886-1925). Mit der Berufung von D. HILBERT nach Göttingen im Jahre 1895 gewinnt sie das Übergewicht über Berlin. Jedoch bleibt die Berliner Universität in der Zeit von 1890 bis 1933 ein wichtiges Zentrum der Mathematik.

Entsprechend den vorhergehenden Ausführungen ergibt sich folgende Periodisierung für die Mathematik an der Berliner Universität bis zum Jahr 1890:

1. Die Mathematik in Berlin vor der Gründung der Universität.
2. Die Anfänge der Mathematik an der Berliner Universität (1810-1831).
3. Die erste Blütezeit (1831-1855).
4. Die zweite Blütezeit (1855-1890).

Die beiden wichtigsten Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik an der Berliner Universität sind die Monographie¹ von K.-R. BIERMANN für die Zeit von 1810 bis 1933 und der Sammelband *Mathematics in Berlin*², der die gesamte Mathematik in Berlin von 1700 bis 1998 umfasst.

1. Die Mathematik in Berlin vor der Gründung der Universität

Die von LEIBNIZ 1700 gegründete Berliner Akademie der Wissenschaften, deren erster Präsident LEIBNIZ war, betrachtete die Mathematik als eines ihrer wesentlichen Forschungsfelder. LEIBNIZ übte die Funktion des Präsidenten nur drei Jahre aus, da er hauptsächlich im Dienst des Hannoverschen Kurfürsten arbeitete. Aber er schickte Arbeiten zur Publikation an die Hauszeitschrift der Akademie.

LEIBNIZ starb 1716. Die Mathematik an der Akademie erlangte erst 25 Jahre danach mit der Berufung von EULER wieder Weltbedeutung. EULER arbeitete von 1741 bis 1766 an der Akademie. Sein Nachfolger wurde der italienisch-französische Mathematiker LAGRANGE, der von 1766 bis 1787 in Berlin arbeitete und ebenfalls zu den bedeutendsten Wissenschaftlern seiner Zeit gehörte. Nach seinem Weggang nach Paris verlor die Mathematik an der Akademie an Bedeutung. Eine Verbindung zwischen Akademie und Universität ist nur in so fern vorhanden, als der erste Ordinarius für Mathematik und Physik, J. G. TRALLES, seit 1804 Mitglied der Akademie war.

¹ BIERMANN, KURT-R., Die Mathematik und ihre Dozenten an der Berliner Universität, 1810-1933, Akademie-Verlag, Berlin 1988.

² *Mathematics in Berlin*, (hrsg.) BEGEHR, HEINRICH G. W.; KOCH, HELMUT; KRAMER, JÜRIG; SCHAPPACHER, NORBERT; THIELE, ERNST-JOCHEN, Birkhäuser Verlag, Basel 1998.

2. Die Anfänge der Mathematik an der Berliner Universität (1810-1831)

Zur Zeit der Gründung der Berliner Universität war Paris das unangefochtene Zentrum der Mathematik. Hier arbeiteten J. L. LAGRANGE (1736-1813) in Analysis, Mathematischer Physik, Algebra, Zahlentheorie, G. MONGE (1746-1818) als Begründer der Darstellenden Geometrie, P. S. LAPLACE (1749-1829) in Wahrscheinlichkeitsrechnung, Himmelsmechanik, A. M. LEGENDRE (1752-1833) in Zahlentheorie, J. B. J. DE FOURIER (1768-1830) in Mathematischer Physik und S. D. POISSON (1781-1840) in Analysis.

Der bedeutendste Mathematiker zu dieser Zeit ist C. F. GAUß (1777-1855), der seit 1807 in Göttingen als Leiter der Sternwarte und Professor der Astronomie an der Universität arbeitete. Als Mathematiker gründete er keine Schule, seine wissenschaftlichen Korrespondenten waren hauptsächlich Astronomen. W. v. HUMBOLDT bot ihm 1810 an, als ordentlicher Professor an die zu gründende Berliner Universität zu kommen mit der einzigen Verpflichtung „von Zeit zu Zeit eine Vorlesung zu halten“. Gleichzeitig wurde er zum auswärtigen Mitglied der Berliner Akademie gewählt. GAUß blieb jedoch in Göttingen, auch spätere Versuche, ihn für die Berliner Universität zu gewinnen, insbesondere von A. v. HUMBOLDT, waren erfolglos.

Der erste Ordinarius für Mathematik wurde J. G. TRALLES; er hatte als Geodät und Physiker einen guten Ruf, die reine Mathematik lag ihm weniger. Seine mathematischen Vorlesungen fielen meistens wegen Mangel an Beteiligung aus³. Auch andere berufene Mathematiker und Privatdozenten in der Zeit vor 1830 traten weder durch bedeutende eigene wissenschaftliche Ergebnisse noch durch ihre Lehrtätigkeit hervor⁴. Offenbar gab es zu dieser Zeit im deutschsprachigen Raum außer GAUß keine hochrangigen Kandidaten.

3. Die erste Blütezeit (1831-1855)

A. v. HUMBOLDT, der seit 1804 in Paris gelebt hatte, kehrte 1827 nach Berlin zurück mit dem ausgesprochenen Ziel, Berlin zu einem Zentrum der Naturwissenschaften und der Mathematik zu machen. Bereits 1826 hatte er den ebenfalls in Paris lebenden Mathematiker P. G. L. DIRICHLET dem preußischen Kultusminister Altenstein empfohlen. DIRICHLET erhielt zunächst eine mit jährlich 400 Talern besoldete Stelle in Breslau, kam 1828 an die Kriegsschule nach Berlin. Schließlich wurde er 1831 Extraordinarius an der Universität. Weitere Mathematiker, die HUMBOLDT an die Berliner Universität zu bringen sich bemühte, waren J. STEINER, N. H. ABEL und C. G. J. JACOBI. Die Bemühungen von HUMBOLDT wurden von A. L. CRELLE unterstützt, der 1826 die erste nur der Mathematik gewidmete Zeitschrift gründete, *Crelles Journal für die reine und angewandte Mathematik*.

3.1. Dirichlet

³ BIERMANN, KURT-R., Die Mathematik und ihre Dozenten an der Berliner Universität, 1810-1933, Akademie-Verlag, Berlin 1988, S. 22.

⁴ BIERMANN, KURT-R., Die Mathematik und ihre Dozenten an der Berliner Universität, 1810-1933, Akademie-Verlag, Berlin 1988, S. 20-36.

PETER GUSTAV LEJEUNE DIRICHLET wurde 1805 in Düren bei Aachen geboren. Sein Vater war dort Posthalter und Kaufmann. Dessen Vater war als Tuchmacher aus dem benachbarten französischsprachigen Belgien herübergekommen, so dass sich der Familienname LEJEUNE DIRICHLET als „Jung aus Richelet“ erklären lässt, einem Ort in der Nähe von Lüttich. Entgegen der heute oft gebrauchten Aussprache „Dirichleh“ nannte sich der Mathematiker selbst „Dirikläh“, diese Fassung ist daher als korrekt anzusehen.

Im Alter von 16 Jahren beendete DIRICHLET das katholische Gymnasium in Köln mit einem Abschlusszeugnis für die Universität und begann das Studium der Mathematik in Paris. Wichtiger als Vorlesungen und persönliche Kontakte u.a. mit S. F. LACROIX, J. FOURIER und D. POISSON waren für ihn das Selbststudium von GAUß' zahlentheoretischem Werk *Disquisitiones Arithmeticae*, das er als erster vollständig verstanden, vereinfacht und durch Vorlesungen, die später von R. DEDEKIND in Buchform herausgegeben wurden, popularisiert hat.

1825 reichte DIRICHLET seine erste mathematische Abhandlung *Sur l'impossibilité de quelques équations indéterminées du cinquième degré* (Über die Unmöglichkeit gewisser unbestimmter Gleichungen fünften Grades) bei der französischen Akademie der Wissenschaften ein. A. M. LEGENDRE, einem der beiden Gutachter, gelang es, durch eine Ergänzung die große Fermatsche Vermutung für den Exponenten 5 zu beweisen, d. h. zu zeigen, dass die Gleichung $x^5 + y^5 = z^5$ keine Lösung in positiven ganzen Zahlen hat. DIRICHLET erhielt Gelegenheit, seine Arbeit in der Sitzung am 11. Juni 1825 der Akademie vorzulegen. Die Fermatsche Vermutung galt als fundamentales Problem der Zahlentheorie. DIRICHLET'S Arbeit war daher ein glänzender Erfolg, der ihn sofort in wissenschaftlichen Kreisen von Paris bekannt machte. Er trat in nähere Beziehung zu den Akademiemitgliedern FOURIER und A. V. HUMBOLDT. Letzterer sorgte dafür, dass er in den preußischen Staatsdienst eintreten konnte, nachdem er von der Universität Bonn in Abwesenheit promoviert worden war.

1829 vollendete DIRICHLET die erste seiner Arbeiten, die ihm Weltruhm einbringen sollte. Sie erschien unter dem Titel *Sur la convergence des séries trigonometriques qui servent à représenter une fonction arbitraire entre des limites données* (Über die Konvergenz der trigonometrischen Reihen, die dazu dienen, eine beliebige Funktion innerhalb gegebener Grenzen darzustellen) in Crelles Journal für die reine und angewandte Mathematik, Band 4. Dabei ging es um das Problem, eine vorgegebene Funktion $f(x)$ im Intervall $-\pi \leq x \leq \pi$ durch eine Reihe der Form

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

darzustellen, wobei a_n und b_n reelle Zahlen sind. Dieses Problem war bereits 1753 von L. EULER im Zusammenhang mit der Differentialgleichung der schwingenden Saite aufgeworfen worden. FOURIER, der DIRICHLET zu seiner Arbeit angeregt hatte, benutzte in seinem 1822 erschienenen Buch zur Wärmetheorie ohne Beweis, dass sich $f(x)$ in der obigen Form darstellen lässt, wenn

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx \quad \text{und} \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx$$

gesetzt wird. DIRICHLET konnte beweisen, dass die Behauptung von FOURIER richtig ist, wenn $f(x)$ eine stückweise stetige und monotone Funktion ist, die an den Sprungstellen jeweils den Sprungmittelwert annimmt. Damit war eines der wichtigsten Hilfsmittel der Analysis exakt begründet und die Analysis methodisch auf eine höhere Stufe gehoben worden. Es ist bemerkenswert, dass der Beweis von DIRICHLET bis in die heutige Zeit kaum vereinfacht werden konnte. In der genannten Arbeit wird auch der Begriff der bedingten Konvergenz einer Reihe zum ersten Mal in exakter Weise behandelt.

Im Jahre 1829 wurde DIRICHLET'S Besoldung auf 600 Taler erhöht. Dies bildete die finanzielle Grundlage für die Gründung einer Familie, die im Jahre 1832 erfolgte. Er heiratete REBECCA MENDELSSOHN-BARTOLDY, die Schwester des berühmten Komponisten FELIX MENDELSSOHN-BARTOLDY. A. V. HUMBOLDT hatte ihn in das Haus ihres Vaters, des Berliner Bankiers ABRAHAM MENDELSSOHN-BARTOLDY eingeführt, dessen Vater der bekannte Philosoph MOSES MENDELSSOHN war. Aus der Ehe gingen drei Söhne und eine Tochter hervor.

Ebenfalls im Jahre 1832 wurde DIRICHLET Mitglied der Preußischen Akademie der Wissenschaften. Mit 27 Jahren war er deren jüngstes Mitglied. Von 1833 bis 1855 hielt er jedes Jahr mindestens einen Vortrag in der Akademie über eigene Ergebnisse. Eine Ausnahme bildete die Zeit von Herbst 1843 bis Frühjahr 1855, in der er einen Urlaub für eine Italienreise erhielt, die er zusammen mit den Mathematikern C. G. J. JACOBI, K. W. BORCHERT, L. SCHLÄFLI und J. STEINER durchführte. SCHLÄFLI, ein Gymnasiallehrer aus der Schweiz, wirkte auf der Reise als Dolmetscher von STEINER und erhielt täglich Mathematiklektionen von DIRICHLET. In der Folge entwickelte er sich zu einem bedeutenden Mathematiker. Mit JACOBI, der von 1826 bis 1843 an der Universität Königsberg lehrte, aber seine Sommerferien oft in Berlin verbrachte, war DIRICHLET schon seit 1829 bekannt. Auf einer gemeinsamen Reise nach Halle und weiter nach Thüringen befreundeten sich die beiden nach GAUß bedeutendsten Mathematiker Deutschlands. Ihre Freundschaft und ihr mathematischer Gedankenaustausch endeten erst mit dem Tode JACOBI'S im Jahre 1851.

1837 erschien die bahnbrechende Arbeit *Beweis des Satzes, dass jede unbegrenzte arithmetische Progression, deren erstes Glied und Differenz ganze Zahlen ohne gemeinsamen Factor sind, unendlich viele Primzahlen enthält*. Das darin behandelte Problem geht auf LEGENDRE zurück, der 1785 einen unvollständigen Beweis des quadratischen Reziprozitätsgesetzes angab, wobei er eine unbewiesene Behauptung benutzte, die sich, wie er bemerkte, aus der folgenden ergibt: Zu zwei natürlichen Zahlen k und l , die keinen gemeinsamen Teiler haben, gibt es immer unendlich viele natürliche Zahlen m , so dass $l + km$ eine Primzahl ist; eine Folge der Form $l + km$ ($m = 1, 2, \dots$) wird dabei als arithmetische Progression bezeichnet. DIRICHLET knüpfte in seinem Beweis an EULER an, der aus der Divergenz der harmonischen Reihe

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

auf die Existenz von unendlich vielen Primzahlen geschlossen hatte. DIRICHLET betrachtete kompliziertere Reihen der Form

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^s},$$

wobei die Koeffizienten a_n komplexe Zahlen sind und s eine reelle Unbestimmte ist. Derartige Reihen werden heute als Dirichletsche Reihen bezeichnet. Unter Ausnutzung tiefliegender Eigenschaften dieser Reihen gelang es ihm, die genannte Behauptung LEGENDRES zu beweisen. Genauer zeigte er, dass die über alle Primzahlen p der Form $l + km$ ($m = 1, 2, \dots$) erstreckte Summe $\sum 1/p$ divergiert. Bedenkt man, dass nach EULER die Summe über die Reziproken aller Quadratzahlen konvergiert (und gleich $\pi^2/6$ ist), so kann man sagen, dass es wesentlich mehr Primzahlen in einer arithmetischen Progression als Quadratzahlen gibt. Die Arbeit von DIRICHLET stellt den Anfang einer neuen Disziplin der Mathematik dar, der analytischen Zahlentheorie.

Einen bedeutenden Platz im Schaffen von DIRICHLET nimmt auch die Theorie der algebraischen Zahlen ein. Diese nahm ihren Anfang mit GAUß' Arbeit aus dem Jahre 1828 über die Zahlen der Form $a + b\sqrt{-1}$, wobei a und b ganze Zahlen sind. Allgemein versteht man unter einer algebraischen Zahl α eine Zahl, die einer Gleichung

$$\alpha^n + a_1 \alpha^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

mit rationalen Koeffizienten a_1, \dots, a_n genügt. Die Größe α heißt ganze algebraische Zahl, wenn die Koeffizienten a_1, \dots, a_n ganze Zahlen sind. DIRICHLET versuchte für die Zahlen der Form

$$\beta = b_0 + b_1 \alpha + \dots + b_{n-1} \alpha^{n-1}$$

eine Zerlegung in Primfaktoren zu begründen, wobei b_0, b_1, \dots, b_{n-1} ganze rationale Zahlen sind und α eine fixierte ganze algebraische Zahl ist. Die Gesamtheit der Zahlen β der obigen Form bildet einen Ring, der mit $\mathbf{Z}[\alpha]$ bezeichnet wird.

Im Gegensatz zu GAUß, der eine Zerlegung der Zahlen $a + b\sqrt{-1}$ in Primfaktoren in Zusammenhang mit dem biquadratischen Reziprozitätsgesetz durchgeführt hatte, kam DIRICHLET in dem von ihm betrachteten allgemeinen Fall zu keinem befriedigenden Ergebnis. Der Grund hierfür wurde erst von DEDEKIND und KRONECKER aufgedeckt. Jedoch gelang es ihm, 1845 einen fundamentalen Satz über die Einheiten des Ringes $\mathbf{Z}[\alpha]$ zu beweisen, der zu den wichtigsten und schwierigsten Sätzen der Theorie der algebraischen Zahlen gehört. Eine Zahl ε in $\mathbf{Z}[\alpha]$ heißt Einheit, wenn auch $1/\varepsilon$ in $\mathbf{Z}[\alpha]$ liegt. Der Dirichletsche Einheitensatz gibt einen Überblick über die in $\mathbf{Z}[\alpha]$ vorhandenen Einheiten. Es ist überliefert, dass DIRICHLET den entscheidenden Gedanken zum Beweis dieses Satzes fand, während er die Ostermesse in der Sixtinischen Kapelle des Vatikans hörte⁵. Seit 1846 beschäftigte sich DIRICHLET vorwiegend mit Fragen der mathematischen Physik. Die Theorie der Kugelfunktionen, die Potentialtheorie und die Hydrodynamik verdanken ihm wichtige Beiträge.

Im Jahre 1855 ging DIRICHLET als Nachfolger von GAUß nach Göttingen, wo er noch vier Jahre vor allem als Hochschullehrer arbeitete.

⁵ DEDEKIND, RICHARD, Suppl. X zu P. G. Lejeune Dirichlet, Vorlesungen über Zahlentheorie, 2. Aufl., Braunschweig 1871, Band 2, S. 309ff.

3.2. Steiner

Der Lebensweg von JACOB STEINER ist einmalig in der Geschichte der Mathematik. Er wurde 1796 als Sohn eines Bauern in Utzendorf bei Bern, Schweiz, geboren, lernte erst mit vierzehn Jahren schreiben, kam dann auf PESTALOZZIS Pädagogisches Institut in Yverdon, erst als Schüler und dann als Lehrer. Im Jahr 1818 ging er nach Heidelberg, wo er seine Dissertation verteidigte.

Das Preußische Kultusministerium war an PESTALOZZIS Ideen interessiert und STEINER erhielt daher eine Einladung, nach Berlin als Schullehrer zu kommen. STEINER folgte dieser Einladung und war an verschiedenen Schulen tätig. Einer seiner Schüler war der älteste Sohn von W. v. HUMBOLDT. Durch diese Verbindung wurde er mit A. v. HUMBOLDT bekannt.

STEINER begann erst mit 30 Jahren wissenschaftlich zu arbeiten. Er ist der Begründer der synthetischen Geometrie, die, ausgehend von einfachsten geometrischen Figuren, kompliziertere geometrische Gebilde studiert. Während er von der Mathematik im allgemeinen sehr wenig wusste, besaß er auf geometrischem Gebiet eine einmalige Anschauungskraft. Seine Ergebnisse publizierte er in Crelles Journal. Allein im ersten Band erschienen fünf Arbeiten von STEINER. Insgesamt publizierte er im Zeitraum von 1826 bis 1858 54 Arbeiten in Crelles Journal. 1832 wurde er zum Ehrendoktor durch die Universität Königsberg promoviert und 1834 wurde er auf Vorschlag von CRELLE und DIRICHLET Mitglied der Preußischen Akademie der Wissenschaften. Ebenfalls 1834 wurde er durch Verwendung von CRELLE und A. v. HUMBOLDT zum Extraordinarius der Berliner Universität ernannt.

Um einen Eindruck von seinen Ergebnissen zu geben, erklären wir im folgenden seinen Satz über Vierecke, die in einen Kreis eingeschlossen sind: Unter dem Orthozentrum eines Dreiecks versteht man den Schnittpunkt der drei Höhen. Der Satz von STEINER besagt folgendes: Sei ein Viereck mit den Ecken A, B, C, D in einen Kreis K eingeschlossen. Dann liegen die Orthozentren der Dreiecke ABC, ABD, ACD und BCD auf einem Kreis mit dem gleichen Radius wie der von K .

STEINER publizierte einige Lehrbücher, sein berühmtestes Werk mit dem Titel *Systematische Entwicklung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten von einander mit Berücksichtigung der Arbeiten alter und neuer Geometer über Porismen, Projektionsmethoden, Geometrie der Lage, Transversalen, Dualität und Reziprozität, ect.* erschien 1832 bei Fircke in Berlin. Es wurde in den ersten Band seiner gesammelten Werke, S. 229-460, aufgenommen und erschien auch 1896 als Ostwalds Klassiker der exakten Naturwissenschaften, Band 82-83. KARL WEIERSTRAB gab 1881-1882 die gesammelten Werke von STEINER in zwei Bänden heraus im Verlag Georg Reimer, Berlin. In vielen Fällen publizierte STEINER seine Ergebnisse ohne Beweis. Dies war eine Anregung für die nachfolgende geometrische Forschung.

Die synthetischen Beweise von STEINER mit weitgehender Vermeidung von Koordinaten erweist sich als elegante Methode im Falle von Kurven und Flächen ersten und zweiten Grades. Sie versagt aber bereits bei Kurven dritten Grades. Daher sind seine Methoden aus der Forschung und Lehre heute weitgehend verschwunden.

Auf Grund seiner speziellen Ausrichtung auf die synthetische Geometrie und vielleicht auch wegen seines schwierigen Charakters erreichte STEINER niemals den Grad eines Ordinarius. Daher hatte er auch kein Mitspracherecht in der Fakultät. Er starb verbittert im Jahre 1863.

3.3. Jacobi

CARL GUSTAV JACOB JACOBI wurde 1804 in Potsdam als Sohn eines jüdischen Bankiers geboren. Er begann 1821 in Berlin zu studieren. Da er sich schon als Schüler selbständig mit Mathematik beschäftigt hatte, konnten ihm die Vorlesungen an der Universität nichts bieten. Er lernte im Selbststudium und studierte Originalarbeiten u.a. von EULER, LAGRANGE und LAPLACE. 1825 promovierte er unter gleichzeitiger Habilitation und hielt als Privatdozent im Wintersemester 1825/26 eine Vorlesung über *die Anwendung der höheren Analysis auf die Theorie der Oberflächen und Kurven doppelter Krümmung*. E. E. KUMMER hat in seiner Rektoratsrede am 3.8.1869 diese Vorlesung, die erste differentialgeometrische Vorlesung an einer deutschen Universität, als Beginn der allgemeinen Neugestaltung des mathematischen Universitätsunterrichts bezeichnet.

JACOBI erhielt im April 1826 eine besoldete Dozentenstelle an der Universität Königsberg. Da er schnell durch seine mathematischen Ergebnisse GAUß bekannt wurde, der A. V. HUMBOLDT auf ihn aufmerksam machte, wurde er bereits 1827 außerordentlicher und 1829 ordentlicher Professor.

In Königsberg arbeitete JACOBI an dem Problem der Integration von algebraischen Funktionen, wobei sich im allgemeinen nicht wieder algebraische Funktionen ergeben. Der einfachste Fall dieser Art ergibt sich für die Funktion $1/\sqrt{1-x^2}$, deren Integral die Umkehrfunktion der Sinusfunktion ist. Betrachtet man statt dessen die Funktion $1/\sqrt{f(x)}$, wobei $f(x)$ ein Polynom dritten oder vierten Grades ohne mehrfache Nullstelle ist, so ergibt das Integral eine neue Klasse von Funktionen, die als elliptische Integrale bezeichnet werden, da sie mit der Bogenlänge von Ellipsen zusammenhängen. Die Eigenschaften dieser Integrale waren schon von einigen Mathematikern studiert worden. GAUß hatte in seinem Werk *Disquisitiones arithmeticae* einen Hinweis in einem Spezialfall gegeben, dass es notwendig sei, die Integrale im Bereich der komplexen Zahlen zu betrachten und dass die Umkehrfunktion dann eine eindeutige analytische doppelt-periodische Funktion sei. In einem Brief an den Astronomen SCHUMACHER schrieb GAUß im Jahre 1808:

„Mir ist bei der Integralrechnung immer das weit weniger interessant gewesen, wo es nur auf Substituieren, Transformieren, etc. kurz auf einen geschickt zu handhabenden Mechanismus ankommt, um Integrale auf algebraische oder logarithmische oder Kreisfunktionen zu reduzieren, als die genauere tiefere Betrachtung solcher transcendenten Funktionen, die sich auf jene nicht zurückführen lassen. Mit Kreisfunktionen und logarithmischen wissen wir jetzt umzugehen, wie mit dem 1 mal 1, aber die herrliche Goldgrube, die das Innere der höheren Funktionen enthält, ist noch fast ganz Terra Incognita. Ich habe darüber ehemals sehr viel gearbeitet und werde dereinst ein eignes großes Werk darüber geben, wovon ich schon in meinen Disquiss. Arithm. p. 593, Art. 335, einen Wink gegeben habe. Man geräth in Erstaunen über den überschwenglichen Reichthum an neuen höchst interessanten Wahrheiten und Relationen, die dergleichen Funktionen darbieten (wohin u.a. auch diejenigen gehören, mit denen die Rectification der Ellipse und Hyperbel zusammenhängt).“

GAUß hat das „große Werk“ nie geschrieben. Aber seine Bemerkung in den *Disquisitiones Arithmeticae* hat als Anregung auf JACOBI gewirkt, die elliptischen Funktionen zu untersuchen. Seine Ergebnisse hat er in dem Buch *Fundamenta nova functionum Ellipticarum* niedergelegt, das 1829 erschien, das ihn sofort zu einem der ersten Mathematiker Deutschlands werden ließ. JACOBI hat auch erkannt, wie im Falle von Polynomen $f(x)$ von

höherem als dem vierten zu verfahren ist. In diesem Fall sollte die Umkehrung mit Funktionen mehrerer Veränderlicher möglich sein. Dieses *Jacobische Umkehrproblem* wurde später von WEIERSTRAB und RIEMANN gelöst.

Unabhängig von JACOBI hat NIELS HENDRIK ABEL die Theorie der elliptischen Funktionen entwickelt. A. v. HUMBOLDT und CRELLE bemühten sich, ihm eine Stelle in Berlin zu verschaffen. Als dies 1829 gelang, erreichte diese Nachricht ABEL nicht mehr. Er war am 6. April 1829 im Alter von 26 Jahren verstorben. JACOBI schätzte die mathematischen Leistungen von ABEL sehr hoch ein. In seinem Brief vom 14. März 1829 an LEGENDRE⁶ schreibt er über den Abelschen Satz über die Integrale algebraischer Funktionen: „Was für eine Entdeckung von Herrn Abel, was diese Verallgemeinerung des Eulerschen Integrals betrifft! Hat man Ähnliches je gesehen? Aber wie konnte es dazu kommen, dass diese Entdeckung – vielleicht die wichtigste, von dem, was das Jahrhundert, in dem wir leben, in der Mathematik geleistet hat – Ihrer Aufmerksamkeit und der Ihrer Mitbrüder entgehen konnte, obwohl die Entdeckung vor zwei Jahren in der Akademie mitgeteilt wurde.“ ABEL hatte 1826 der Pariser Akademie eine Arbeit über hyperelliptische Integrale vorgelegt, die jedoch in Paris keine Beachtung fand.

1841 erkrankte JACOBI an Diabetes. 1843 trat er zusammen mit DIRICHLET und anderen Mathematikern eine Erholungsreise nach Italien an (siehe hierzu die Ausführungen über DIRICHLET in Abschnitt 3.1). Aus gesundheitlichen Gründen wurde ihm danach gestattet als besoldetes Akademiestmitglied in Berlin zu leben. Als Akademiestmitglied hatte er das Recht, an der Universität Vorlesungen zu halten. Er hat insgesamt zehn Vorlesungen gehalten, worin er hauptsächlich über eigene Ergebnisse vortrug. Zu seinen Hörern gehörte u.a. RIEMANN, der sich zu einem der bedeutendsten Mathematiker entwickelte.

Wie andere Mathematiker beteiligte sich JACOBI am politischen Leben in Berlin nach der Märzrevolution 1848. Er wirkte in verschiedenen politischen Clubs. Obwohl er vermied, sich als Republikaner zu bezeichnen, wurde er von den Ministerialbehörden als „links“ eingestuft. Er verlor den größten Teil seiner Bezüge und sah sich dadurch gezwungen, seine Familie in das billigere Gotha zu bringen. Er selbst quartierte sich in einem Hotel ein. Durch die Anstrengungen von A. v. HUMBOLDT gelang es, seine Bezüge wieder anzuheben, nachdem JACOBI einen Ruf an die Universität Wien erhalten hatte. Er erlebte jedoch die Rückkehr seiner Familie nicht mehr. Im Februar 1851 starb er an den Blattern.

JACOBI hat auf vielen mathematischen Gebieten wichtige Beiträge geliefert. Er war ein universell gebildeter Wissenschaftler. Mit A. v. HUMBOLDT korrespondierte er über die Geschichte der griechischen Mathematik und leistete so einen Beitrag zu dessen Werk *Kosmos*⁷.

⁶ PIEPER, HERBERT (hrsg.), Korrespondenz zwischen Legendre und Jacobi, Teubner-Archiv, Leipzig 1998.

⁷ PIEPER, HERBERT (hrsg.), Korrespondenz zwischen A. v. Humboldt und C. G. Jacob Jacobi, Beiträge zur Alexander-von-Humboldt-Forschung, Berlin 1987.

3.4. Eisenstein

Eine weitere außerordentliche Persönlichkeit der Berliner Mathematik ist GOTTHOLD EISENSTEIN. Er wurde 1823 in Berlin geboren und besuchte bereits als Gymnasiast Vorlesungen von DIRICHLET an der Universität. Im Alter von 21 Jahren publizierte er in Crelles Journal, Band 27/28 (1844), insgesamt 23 Arbeiten. Diese betrafen hauptsächlich Probleme der quadratischen und kubischen Formen sowie der n -ten Potenzreste. Im weiteren entwickelte er die von ABEL und JACOBI geschaffene Theorie der elliptischen Funktionen in einer Weise weiter, die noch heute auch für Verallgemeinerungen maßgeblich ist, dabei spielen die nach ihm benannten Reihen eine wesentliche Rolle.

A. v. HUMBOLDT wurde auf ihn aufmerksam und bemühte sich um finanzielle Unterstützung für ihn. EISENSTEIN habilitierte sich 1847 und hielt als Privatdozent Vorlesungen an der Universität. Aber 1851 ging es ihm gesundheitlich so schlecht, dass er nicht fähig war eine Vorlesung zu halten. 1852 wurde er als Nachfolger von JACOBI zum Mitglied der Akademie gewählt, aber im August dieses Jahres starb er an Tuberkulose.

3.5. Riemann

BERNHARD RIEMANN wurde 1826 in Breselenz bei Dannenberg geboren. Er ging zuerst in Hannover und dann in Lüneburg aufs Gymnasium, das er 1846 mit dem Abitur abschloss. Zunächst studierte er in Göttingen, ging aber dann nach Berlin, da er das Studium in Göttingen als unbefriedigend empfand. In Berlin hörte er Vorlesungen bei DIRICHLET, JACOBI, STEINER und EISENSTEIN, die seinen weiteren Weg als Mathematiker wesentlich mitbestimmten. 1849 kehrte RIEMANN nach Göttingen zurück, wo er vorwiegend die Vorlesungen des Experimentalphysikers W. WEBER hörte, der vor allem durch seine gemeinsam mit GAUß gemachte Erfindung des elektromagnetischen Telegraphen bekannt ist. 1851 promovierte RIEMANN mit einer Arbeit *Grundlagen für eine allgemeine Theorie der Functionen einer veränderlichen komplexen Größe*. Diese Arbeit ist von fundamentaler Bedeutung für die komplexe Funktionentheorie. Darin stellte er den später nach ihm benannten *Abbildungssatz* auf, der besagt, dass ein beschränktes einfach zusammenhängendes Gebiet der Ebene durch eine konforme Abbildung eineindeutig auf das Innere des Einheitskreises abgebildet werden kann. Dabei ist eine *konforme Abbildung* eine Abbildung durch eine analytische, d. h. im Komplexen differenzierbare, Funktion. Ein Gebiet heißt einfach zusammenhängend, wenn sich in ihm jede zusammenhängende geschlossene Kurve auf einen Punkt zusammenziehen lässt. RIEMANN habilitierte sich 1854 mit einer Arbeit über trigonometrische Reihen, die an DIRICHLETS Arbeit zu diesem Thema anknüpfte. In seinem Habilitationsvortrag legte er den Grund für eine Differentialgeometrie für beliebig dimensionale Mannigfaltigkeiten. Diese Theorie wurde eine der Grundlagen für EINSTEINS *allgemeine Relativitätstheorie*. In einer weiteren Arbeit über analytische Funktionen gab RIEMANN eine Lösung des Jacobischen Umkehrproblems an (siehe auch Abschnitt 4.2). Dabei ersetzte er mehrdeutige algebraische Funktionen durch eindeutige Funktionen auf komplizierteren Flächen als der komplexen Ebene, die heute als *Riemannsche Flächen* bezeichnet werden. Dabei benötigte er völlig neuartige Sätze, aus denen sich später die mathematische Disziplin *algebraische Topologie* entwickelte, die Riemann als *analysis situs* bezeichnet. Er schreibt hierzu:

„Bei der Untersuchung der Functionen, welche aus der Integration vollständiger Differentialien entstehen, sind einige der analysis situs angehörige Sätze fast unentbehrlich. Mit diesem von Leibniz, wenn auch vielleicht nicht ganz in der selben Bedeutung, gebrauchten Namen darf wohl ein Theil der Lehre von den stetigen Größen bezeichnet werden, welcher die Grössen nicht als unabhängig von der Lage existierend und durch einander messbar betrachtet, sondern von den Massverhältnissen ganz absehend, nur ihre Orts- und Gebietsverhältnisse der Untersuchung unterwirft.“

Riemann leistete auch einen fundamentalen Beitrag zur analytischen Zahlentheorie. In seiner Arbeit *Über die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen GröÙe* (Monatsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften, November 1859) skizzierte er eine Methode zum Beweis der Gaußschen Vermutung, dass die Anzahl $\pi(x)$ der Primzahlen unterhalb einer Schranke x durch die Funktion $x/\log x$ approximiert wird. In diesem Zusammenhang stellte er eine Vermutung auf, die heute als *Riemannsche Vermutung* bezeichnet wird. Dabei handelt es sich um folgendes: Die Funktion

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

spielte schon für EULER eine wichtige Rolle; er konnte ihren Wert für gerade positive Zahlen s bestimmen. Die Funktion wird heute als *Riemannsche Zetafunktion* bezeichnet; RIEMANN bewies, dass sie, die als Reihe nur für $\text{Re}(s) > 1$ konvergiert, als eindeutige analytische Funktion auf die ganze komplexe Ebene mit Ausnahme des Punktes $s = 1$ fortsetzbar ist. Die Riemannsche Vermutung besagt, dass diese Funktion keine Nullstelle mit einem Realteil größer $\frac{1}{2}$ hat. Diese Vermutung ist bis heute nicht bewiesen und gehört zu den interessantesten Vermutungen der Mathematik.

Nachdem DIRICHLET als Nachfolger von GAUß 1855 nach Göttingen gekommen war, wurde RIEMANN ein enger Freund seines früheren Lehrers. Er wurde 1859 Nachfolger von DIRICHLET, starb aber bereits 1866.

4. Die zweite Blütezeit (1855-1890)

Als DIRICHLET 1855 nach Göttingen ging, waren JACOBI und EISENSTEIN verstorben. Es schien so, dass die Blütezeit der Mathematik an der Berliner Universität zu Ende gehen würde. Jedoch konnte mit ERNST EDUARD KUMMER ein Nachfolger von DIRICHLET gefunden werden, der wissenschaftlich und organisatorisch begabt, Berlin zum wichtigsten Ort für die Mathematik in den nächsten 40 Jahren führte. Zusammen mit A. v. HUMBOLDT gelang es ihm, KARL WEIERSTRAB für Berlin zu gewinnen. Der dritte Mathematiker von Weltbedeutung, der 1855 nach Berlin kam, war LEOPOLD KRONECKER.

4.1. Kummer

E. E. KUMMER wurde 1810 in Sorau, Schlesien, als Sohn eines Arztes geboren. Der Vater starb bereits 1813. Nach dem Studium in Halle wurde er Gymnasiallehrer in Liegnitz. Obgleich er 24 Wochenstunden zu unterrichten hatte, fand er die Zeit zu mathematischer

Forschung, hauptsächlich über unendliche Reihen. Auf Grund seiner Ergebnisse wurde er 1839 auf Vorschlag von DIRICHLET korrespondierendes Mitglied der Berliner Akademie der Wissenschaften und 1842 ordentlicher Professor an der Universität Breslau. In Breslau änderte er seine Forschungsrichtung. Er studierte nun Kreisteilungskörper und fand die Verallgemeinerung der Primzahlzerlegung der natürlichen Zahlen auf die ganzen Zahlen in solchen Körpern mit Hilfe der von ihm eingeführten *idealen Zahlen*. Damit wurde er zum Begründer einer neuen mathematischen Disziplin, der algebraischen Zahlentheorie. Auf dieser Grundlage konnte er zeigen, dass die *Große Fermatsche Vermutung*, die besagt, dass es keine natürlichen Zahlen a, b, c mit $a^n + b^n = c^n$ gibt, falls n eine natürliche Zahl mit $n > 2$ ist, für viele Primzahlexponenten n gilt. Dies war vor KUMMER nur für $n = 3, 5$ und 7 bekannt. Für beliebiges n wurde die Große Fermatsche Vermutung erst 1995 durch den englischen Mathematiker A. WILES bewiesen. Der Beweis gelang mit Hilfe völlig anderer Methoden unter Heranziehung wesentlicher Teile der Algebraischen Geometrie und Zahlentheorie.

1855 kam KUMMER als Nachfolger von DIRICHLET an die Berliner Universität. Er änderte hier noch einmal seine Forschungsrichtung und arbeitete nun über algebraische Geometrie. Im Jahr 1884 beendete er seine Vorlesungstätigkeit und starb 1893.

Die Bedeutung von KUMMER besteht nicht nur in seiner wissenschaftlichen Leistung. Er erkannte die überragende Bedeutung von KARL WEIERSTRAB, besonders nach dessen Publikation seiner Lösung des Jacobischen Umkehrproblems im Jahre 1854, und sorgte zusammen mit A. v. HUMBOLDT dafür, dass WEIERSTRAB 1856 nach Berlin berufen wurde. Weiter kannte er LEOPOLD KRONECKER aus seiner Zeit als Lehrer am Liegnitzer Gymnasium. Er blieb in ständigem Kontakt mit seinem damaligen Schüler, der als finanziell unabhängiger Wissenschaftler 1855 nach Berlin kam. Damit waren die hauptsächlichsten Vertreter der zweiten Blütezeit der Mathematik in Berlin versammelt.

4.2. Weierstraß

KARL WEIERSTRAB wurde 1815 in Ostenfelde, Westfalen, geboren, wo sein Vater Sekretär des Bürgermeisters war. 1834 beendete er das Gymnasium in Paderborn mit Auszeichnung. Auf Wunsch des Vaters studierte er anschließend in Bonn Kameralistik mit dem Berufsziel, höherer preußischer Beamter zu werden. WEIERSTRAB beschäftigte sich während des Studiums jedoch vor allem mit Mathematik. Nachdem er die von ABEL und JACOBI entwickelte Theorie der elliptischen Funktionen durch eine Nachschrift einer Vorlesung des Münsteraner Professors C. GUDERMANN kennen gelernt hatte, brach er das Studium in Bonn ohne Examen ab, mit dem Gedanken, sich ganz der Mathematik zu widmen. Er kehrte nach Hause zurück und lebte dort ein halbes Jahr bis der Vater ihm erlaubte, an der Akademie in Münster das Studium wieder aufzunehmen mit dem Ziel, das Staatsexamen als Lehrer abzulegen. Bereits nach einem halben Jahr meldete er sich zum Staatsexamen und schrieb eine glänzende Prüfungsarbeit. Nach dem Probejahr in Münster erhielt WEIERSTRAB 1842 eine Lehrerstelle in Deutsch-Krone, Westpreußen. 1848 wurde er an das Gymnasium in Braunsberg, Ostpreußen, versetzt. Neben 30 Stunden wöchentlichem Unterricht arbeitete WEIERSTRAB in dieser Zeit an der Lösung des Jacobischen Umkehrproblems. Die Publikation seiner Ergebnisse in Crelles Journal wurde zu einer weltweiten mathematischen Sensation. D. HILBERT bezeichnete sie noch 50 Jahre später als eine der größten Errungenschaften der Analysis.

Als Anerkennung für diese Leistung erhielt WEIERSTRAB den Ehrendoktor der Universität Königsberg und für das Schuljahr 1855/56 Urlaub zur Fortsetzung seiner Forschungen in Berlin. 1856 wurde er Professor am Berliner Gewerbeinstitut, einem Vorläufer der Technischen Universität. Kurze Zeit darauf wurde er nebenamtlich außerordentlicher Professor an der Universität und Mitglied der Akademie. Schließlich wurde er 1864 ordentlicher Professor. Nach seiner Berufung an die Berliner Universität wirkte WEIERSTRAB vor allem durch seine Vorlesungen, an denen eine für damalige Verhältnisse außerordentlich große Anzahl von Studenten teilnahmen. Selbst die schwierige Vorlesung über Abelsche Funktionen hatte bis zu 200 Hörer. Im Laufe der Jahre entwickelte WEIERSTRAB einen Zyklus von Vorlesungen:

1. Theorie der analytischen Funktionen,
2. Elliptische Funktionen,
3. Abelsche Funktionen,
4. Anwendungen der elliptischen Funktionen,
5. Variationsrechnung.

Die Vorlesung *Theorie der analytischen Funktionen* begann mit der Definition der reellen Zahlen auf der Grundlage der rationalen Zahlen. Damit wurde zum ersten Mal eine exakte Definition dieses Grundbegriffs der Analysis gegeben. Es folgte die Definition der Begriffe der Stetigkeit und Differenzierbarkeit einer Funktion, wobei er zur exakten Beweisführung die ϵ, δ -Symbolik einführte, die heute selbstverständlicher Bestandteil jeder Anfängervorlesung der Analysis, d. h. der Theorie der reellen und komplexen Funktionen, ist.

WEIERSTRAB hat so die Begründung der Analysis auf eine höhere Stufe gehoben, man spricht von der *Weierstraßschen Strenge*.

WEIERSTRAB vermied in seinem Aufbau der Theorie der analytischen Funktionen geometrische Begriffe. Er definierte eine analytische Funktion mit Hilfe von Potenzreihen. Auf dieser Grundlage behandelte er die Theorie der elliptischen Funktionen, wobei er neue Funktionen in den Mittelpunkt stellte, die heute als Weierstraßsche \wp -Funktionen bezeichnet werden. Dieser Aufbau der Theorie ist der heute allgemein übliche. Das Jacobische Umkehrproblem wurde gleichzeitig von WEIERSTRAB und RIEMANN gelöst. RIEMANN stützte sich bei seinen Überlegungen auf das *Dirichletsche Prinzip*, einer Existenzaussage für Funktionen, die RIEMANN aus Vorlesungen von DIRICHLET kannte. WEIERSTRAB kritisierte mit Recht, dass das *Dirichletsche Prinzip* nicht bewiesen sei. 1901 gab D. HILBERT einen Beweis dieses Prinzips. Danach setzte sich der Riemannsche Aufbau in der Theorie der Abelschen Funktionen durch.

WEIERSTRAB hatte durch Überarbeitung seit 1861 gesundheitliche Probleme, die dazu führten, dass er Vorlesungen nur noch im Sitzen abhalten konnte. Ein Student schrieb nach seinem Diktat an der Tafel. Seine letzte Vorlesung hielt er im Wintersemester 1889/90. Er starb 1897 an einer Lungenentzündung.

Eine große Anzahl bedeutender Mathematiker sind Schüler von WEIERSTRAB oder haben an seinen Vorlesungen teilgenommen. Einige von diesen haben die folgende Periode der Mathematik an der Berliner Universität mitbestimmt: L. FUCHS, H. A. SCHWARZ, G. FROBENIUS, F. SCHOTTKY.

Wir erwähnen hier noch die vielleicht berühmteste Schülerin von WEIERSTRAB, SOPHIA KOWALEWSKAJA (1850-1891). Sie war die Tochter eines russischen Generals und ging eine

formale Ehe ein, die es ihr ermöglichte, ins Ausland zu reisen. Sie studierte zunächst Mathematik in Heidelberg und kam 1870 nach Berlin, um bei WEIERSTRAB zu studieren. Da ihr als Frau der Zugang zu allen Universitätsveranstaltungen untersagt wurde, wandte sie sich direkt an WEIERSTRAB. Dieser gab ihr zweimal wöchentlich Konsultationen. Nach kurzer Zeit war sie in der Lage, über Probleme, die ihr WEIERSTRAB nahegebracht hatte, selbständig zu forschen. Die von ihr publizierten Arbeiten führten zu ihrer Promotion durch die Universität Göttingen. Trotz ihrer hervorragenden Ergebnisse erhielt sie keine Anstellung an einer deutschen Universität. Sie ging daher nach Stockholm, wo GÖSTA MITTAG-LEFFLER, ein Schüler von WEIERSTRAB, ihr 1884 eine Professur verschaffte. Sie erhielt 1888 den *Prix Bordin* der Pariser Akademie der Wissenschaften für ihre Arbeit *Über die Rotation eines schweren Körpers um einen festen Punkt*. Bis zu ihrem frühen Tod 1891 blieb sie mit WEIERSTRAB in Gedankenaustausch⁸.

4.3. Kronecker

LEOPOLD KRONECKER wurde 1823 in Liegnitz geboren. Sein Vater war dort Kaufmann und sorgte für eine gute Ausbildung seines Sohnes. Auf dem Gymnasium war E. E. KUMMER sein Lehrer. KUMMER erkannte KRONECKERS Begabung für die Mathematik und förderte ihn, so dass dieser bereits als Abiturient eine hervorragende mathematische Bildung besaß. 1841 begann KRONECKER das Studium der Mathematik an der Berliner Universität. Er hörte vor allem die Vorlesungen von DIRICHLET, JACOBI und STEINER. Während seiner Studienzeit war KRONECKER mit G. EISENSTEIN befreundet. Nach Abschluss seiner Dissertation über die Einheitengruppe von Kreisteilungskörpern brach KRONECKER seine akademische Laufbahn ab und verwaltete auf Wunsch seines Vaters zehn Jahre lang ein Gut, das die Familie in Schlesien besaß. Das Vermögen, das er teils erwirtschaftete und teils ererbte, ermöglichte ihm, ab 1855 in Berlin als Privatmann seinen mathematischen Interessen nachzugehen. 1861 wurde er zum Mitglied der Berliner Akademie der Wissenschaften gewählt und hatte damit das Recht, Vorlesungen an der Universität zu halten. Erst 1883 wurde er als Nachfolger von KUMMER ordentlicher Professor der Berliner Universität. Er starb 1891 vier Monate nach dem Tode seiner Frau.

KRONECKER leistete fundamentale Beiträge zur Algebra, Zahlentheorie und der Theorie der elliptischen Funktionen, wobei er die Zusammenhänge dieser Theorien erfasste und weit in die Zukunft reichende Konzepte aufstellte. Um die Gedankengänge KRONECKERS verständlich zu machen, müssen wir zunächst den Begriff der *Galoisschen Gruppe einer normalen Erweiterung eines algebraischen Zahlkörpers* erläutern. Ein *Zahlkörper* ist eine Menge von Zahlen, die bezüglich der vier Grundrechenarten abgeschlossen ist. Er heißt *algebraisch*, wenn er aus algebraischen Zahlen, d. h. aus Zahlen, die einer polynomialen Gleichung mit rationalen Koeffizienten genügen, besteht. Eine *Erweiterung* L eines algebraischen Zahlkörpers K ist ein Zahlkörper, der K enthält; L heißt *algebraisch*, wenn die Elemente α von L algebraische Zahlen sind. Dann gehört zu α ein Polynom f von kleinstem Grade mit Koeffizienten aus K mit $f(\alpha) = 0$. L heißt *normale Erweiterung*, wenn mit α auch jede weitere Nullstelle von f in L liegt. Schließlich ist die *Galoissche Gruppe* der normalen Erweiterung L von K die Gesamtheit der Permutationen von L , welche die Elemente von K fest lassen. Diese Gruppe ist endlich, d. h. sie besteht nur aus endlich vielen Permutationen,

⁸ BÖLLING, REINHARD, Briefwechsel zwischen Karl Weierstraß und Sofja Kowalewskaja. Herausgegeben, eingeleitet und kommentiert von R. Bölling, Akademie Verlag, Berlin 1993.

wenn L eine endliche Erweiterung von K ist, d. h. L entsteht aus K durch Adjunktion endlich vieler algebraischer Zahlen.

E. GALOIS sprach von der Permutationsgruppe einer Gleichung. In diesem Fall ergibt sich die Körpererweiterung L durch Adjunktion aller Nullstellen des zur Gleichung gehörigen Polynoms. Die obige Definition der Galoisschen Gruppe stammt von R. DEDEKIND. Für unser heutiges Verständnis der Algebra ist DEDEKINDS Definition die einfachste und natürliche. KRONECKER hatte eine weitere Definition mit Hilfe der Adjunktion von Unbestimmten, der heute höchstens noch historisches Interesse zukommt.

Nach den Ergebnissen von GAUß zur Kreisteilung⁹, ist die Galoissche Gruppe des n -ten Kreisteilungskörpers, d. h. des Körpers, den man durch Adjunktion der n -ten Einheitswurzeln zum Körper \mathbf{Q} der rationalen Zahlen erhält, als Erweiterung von \mathbf{Q} isomorph zur Gruppe der primen Restklassen modulo n . Dies ist eine abelsche Gruppe, d. h. eine Gruppe mit kommutativer Multiplikation. Die grundlegende Erkenntnis von KRONECKER besteht nun in der Umkehrung dieses Tatbestandes: Ein normaler Erweiterungskörper von \mathbf{Q} mit endlicher abelscher Galoisscher Gruppe ist Teilkörper des n -ten Kreisteilungskörpers für ein gewisses n . KRONECKER hatte auch für imaginär-quadratische Zahlkörper entsprechende Überlegungen. Damit legte er den Grund für eine allgemeine Theorie von Körpererweiterungen mit abelscher Galoisscher Gruppe, die im Vordergrund der algebraischen Zahlentheorie in der ersten Hälfte des zwanzigsten Jahrhunderts stand.

Eine weitere bedeutende Leistung von KRONECKER ist die Verallgemeinerung der Arithmetik der Kreisteilungskörper von KUMMER auf beliebige algebraische Zahlkörper. KRONECKER war der erste, der eine solche Theorie erhielt, jedoch hat er seine Theorie erst viel später, 1882, publiziert¹⁰. Unabhängig von ihm kamen R. DEDEKIND¹¹ und E. I. ZOLOTAREV¹² zu einer solchen Theorie.

DIRICHLET (siehe Abschnitt 3.1) hatte bei seinen arithmetischen Betrachtungen die Ringe der Form $\mathbf{Z}[\alpha]$ zugrunde gelegt, wobei α eine ganze algebraische Zahl ist. Die erste grundlegende Erkenntnis von KRONECKER, (DEDEKIND und ZOLOTAREV) bestand in der Erkenntnis, dass es eine befriedigende Arithmetik nur geben kann, wenn man *alle* ganzen Zahlen eines algebraischen Zahlkörpers betrachtet. Um die Verallgemeinerung der Primzahlzerlegung zu erhalten ist es notwendig, *ideale Primfaktoren* einzuführen. Heute hat sich die Dedekindsche Theorie, die sich auf den Begriff des *Ideals* stützt, durchgesetzt. Jedoch ist leicht zu sehen, dass die Kroneckersche Methode der Adjunktion von Unbestimmten zu einer Theorie führt, die zu Dedekinds Idealtheorie äquivalent ist. Die Überlegungen von ZOLOTAREV gingen nach 1900 im Rahmen ihrer Weiterentwicklung durch K. HENSEL in die heutige Zahlentheorie ein.

⁹ GAUß, CARL FRIEDRICH, Disquisitiones arithmeticae, Leipzig 1801, Ab. 7.

¹⁰ KRONECKER, LEOPOLD, Grundzüge einer arithmetischen Theorie der algebraischen Größen, J. für reine und angew. Mathematik 92 (1882), S. 1-122.

¹¹ DEDEKIND, RICHARD, Suppl. X zu P.G. Lejeune Dirichlet, Vorlesungen über Zahlentheorie, 2.Aufl., Braunschweig 1871.

¹² ZOLOTAREV, EGOR IWANOWITSCH, Sur la théorie des nombres complexes, J. math. pures et appl. Ser. 3, 6 (1880), S. 51-84, 129-166.

Im Gegensatz zu DEDEKIND, der zunächst nur algebraische Zahlkörper betrachtete, hatte KRONECKER eine allgemeine Theorie im Auge, die algebraische Zahlentheorie und algebraische Geometrie als Spezialfälle enthalten sollte. Eine solche Theorie wurde seit den sechziger Jahren des zwanzigsten Jahrhundert vor allem durch ALEXANDER GROTHENDIECK entwickelt.

KRONECKER hatte eine finitistische Sicht auf die Mathematik. Er wollte nur solche Begriffe gelten lassen, die sich aus bereits vorhandenen (den rationalen Zahlen) durch endlich viele Schritte konstruktiv ergeben. Mit dieser Sicht geriet er in Widerspruch zu WEIERSTRASS und sogar zu früheren eigenen Untersuchungen über elliptische Funktionen.

4.4. Hensel

Wir erwähnen noch KURT HENSEL (1861-1941), ein Schüler von KRONECKER. HENSEL wurde in Königsberg/Ostpreußen geboren. Hensels Großmutter väterlicherseits ist FANNY MENDELSSOHN-BARTOLDY, Schwester von FELIX MENDELSSOHN-BARTOLDY und selbst eine hervorragende Komponistin. Sie heiratete den bekannten Maler WILHELM HENSEL. Ihre Schwester REBECCA war die Frau von DIRICHLET (siehe Abschnitt 3.1). Weitere Berliner Mathematiker gehören in den Umkreis der berühmten Familie Mendelssohn: KUMMER (siehe Abschnitt 4.1) war ein Schwiegersohn von FANNYS Onkel NATHAN MENDELSSOHN und H. SCHWARZ (siehe Zweiter Teil, Abschnitt 5.2) war ein Schwiegersohn von KUMMER.

K. HENSEL kam mit neun Jahren nach Berlin, wo ihn sein Lehrer K. H. SCHELLBACH in die Mathematik einführte. Er studierte in Bonn, vor allem aber in Berlin. Er setzte das Werk von KRONECKER in der algebraischen Zahlentheorie fort und promovierte 1884 mit einer Arbeit über *Arithmetische Untersuchungen über die Diskriminante und ihre außerwesentlichen Teiler*. Dabei ging es um die Eigenschaften der Diskriminante eines algebraischen Zahlkörpers, einer ganzen Zahl, die einem solchen Körper als wichtige Invariante zugeordnet ist. 1886 habilitierte sich HENSEL und wurde Privatdozent an der Berliner Universität.

HENSEL ist vor allem bekannt durch seine Schöpfung der p -adischen Zahlen, die er 1899 in allgemeiner Form in seiner Monographie über *Eine neue Begründung der Theorie der algebraischen Zahlen* dargestellt hat. In Analogie zu konvergenten Reihen definiert er für eine Primzahl p eine ganze p -adische Zahl durch eine unendliche Reihe der Form $a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots$, wobei die Koeffizienten a_0, a_1, a_2, \dots ganze Zahlen sind. Hiermit erhielt die algebraische Zahlentheorie eine neue Entwicklung, die in der Folge vor allem durch HENSELS Schüler H. HASSE (1898-1979) von bestimmender Bedeutung wurde. HASSE zeigte 1921, dass eine quadratische Form eine rationale Lösung hat, wenn sie eine reelle Lösung und für jede Primzahl p eine p -adische Lösung hat. Entsprechendes gilt für algebraische Zahlkörper.

HENSEL erhielt 1901 einen Ruf nach Marburg und blieb dort bis zu seinem Tode 1941.

Disziplinengeschichte „Mathematik“

Helmut Koch und Jürg Kramer

Zweiter Teil

Die Mathematik zwischen 1890 und 1945: Einleitung und Überblick

KUMMER emeritierte im Jahre 1884, WEIERSTRASS beendete seine Vorlesungstätigkeit 1890 und KRONECKER starb 1891. Damit ging die zweite Blütezeit der Mathematik an der Berliner Universität zu Ende. Es folgte eine Nachblütezeit, in der bedeutende Mathematiker in Berlin wirkten, aber die führende Position der Mathematik in Deutschland ging an Göttingen über. Dort wirkte F. KLEIN seit 1886 als ordentlicher Professor mit dem erklärten Ziel, Göttingen zu einem wichtigen Zentrum mathematischer Forschung einschließlich ihrer Anwendungen zu machen. In Berlin war dagegen nur die reine Mathematik betrieben worden. KLEIN gelang es vor allem 1895 D. HILBERT aus Königsberg, den derzeit bedeutendsten deutschen Mathematiker, nach Göttingen zu ziehen. Berlin versuchte der wachsenden Bedeutung von Göttingen entgegen zu wirken und bot HILBERT 1902 den Lehrstuhl von L. FUCHS an, der durch dessen Tod frei geworden war. Aber KLEIN vermochte HILBERT in Göttingen zu halten, indem dort ein dritter Lehrstuhl für Mathematik eingerichtet wurde, den HILBERTS Freund H. MINKOWSKI aus Königsberg erhielt. MINKOWSKI starb 1909. Sein Nachfolger wurde E. LANDAU, der seit 1891 Privatdozent an der Berliner Universität gewesen war, ein bedeutender Vertreter der analytischen Zahlentheorie.

Von 1913 bis 1932 arbeitete EINSTEIN in Berlin als Akademie-Mitglied und Direktor des Kaiser-Wilhelm-Instituts für Physik und fand hier die Feldgleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie. Bei der Ausarbeitung dieser Theorie überzeugte er sich von der Bedeutung der Differentialgeometrie. Aber seine mathematischen Korrespondenten waren nicht Angehörige der Berliner Universität, sondern M. GROSSMANN und D. HILBERT¹³.

Die Nachblütezeit endete schlagartig mit Beginn des Nazi-Regimes. Durch die NS-Rassengesetze wurden in der Zeit von 1933 bis 1935 alle jüdischen Mathematiker von der Tätigkeit an der Berliner Universität ausgeschlossen. Dies betraf die Ordinarien I. SCHUR und R. VON MISES und die Privatdozenten A. BRAUER, ST. BERGMANN, J. VON NEUMANN, R. REMAK. Die verbleibenden Ordinarien E. SCHMIDT und L. BIEBERBACH hatten ihre Hauptschaffenszeit bereits hinter sich und BIEBERBACH entwickelte sich zu einem Hauptexponenten der Nazi-Ideologie unter den Mathematikern in Deutschland^{14, 15}.

¹³ ROWE, DAVID, E., Einstein in Berlin, in: Mathematics in Berlin, (hrsg.) BEGEHR, HEINRICH G. W.; KOCH, HELMUT; KRAMER, JÜRIG; SCHAPPACHER, NORBERT; THIELE, ERNST-JOCHEN, Birkhäuser Verlag, Basel 1998, S. 117-126.

¹⁴ SCHAPPACHER, NORBERT, The Nazi era: the Berlin way of politicising mathematics, in: Mathematics in Berlin, (hrsg.) BEGEHR, HEINRICH G. W.; KOCH, HELMUT; KRAMER, JÜRIG; SCHAPPACHER, NORBERT; THIELE, ERNST-JOCHEN, Birkhäuser Verlag, Basel 1998, S. 127-136.

¹⁵ BIERMANN, KURT-R., Die Mathematik und ihre Dozenten an der Berliner Universität, 1810-1933, Akademie-Verlag, Berlin 1988, S. 236-238.

Damit ergibt sich folgende Periodisierung für die Mathematik an der Berliner Universität (in Fortsetzung der Nummerierung des Ersten Teils):

5. Die Nachblütezeit (1890-1933).
6. Die Zeit der Nazi-Herrschaft (1933-1945).

Wie im Ersten Teil unserer Ausführungen bilden auch für diesen Zweiten Teil die Monographie¹⁶ von K.-R. BIERMANN und der Sammelband *Mathematics in Berlin*¹⁷ unsere wichtigsten Quellen.

5. Die Nachblütezeit (1890-1933)

Im folgenden geben wir einen Überblick über die wichtigsten Mathematiker, die in der Nachblütezeit an der Berliner Universität gewirkt haben.

5.1 Fuchs

LAZARUS FUCHS (1833-1902) studierte in Berlin bei KUMMER und WEIERSTRAB. Er wurde 1865 Privatdozent und ging 1869 nach Greifswald, 1874 nach Göttingen und 1875 nach Heidelberg. 1884 kehrte er an die Berliner Universität zurück, wo er eine auf Antrag von WEIERSTRAB neu geschaffene ordentliche Professur erhielt.

FUCHS leistete wichtige Beiträge zur Theorie der linearen Differentialgleichungen. Er verallgemeinerte das Jacobische Umkehrproblem. Das Studium der dabei auftretenden Umkehrfunktionen war der Ausgangspunkt für H. POINCARÉ'S Theorie der automorphen Funktionen und die Uniformisierungstheorie. POINCARÉ führte dabei das Konzept der *Fuchsschen Gruppe* ein. Diese Theorie von POINCARÉ, F. KLEIN und P. KOEBE bildet einen Hauptpunkt der Analysis zu Beginn des zwanzigsten Jahrhunderts.

5.2 Schwarz

HERMANN AMANDUS SCHWARZ (1843-1921) studierte in Berlin und schrieb seine Dissertation 1864 bei KUMMER. Er ging 1867 nach Halle, 1869 an die ETH Zürich, und kam 1892 zurück an die Berliner Universität als Nachfolger von WEIERSTRAB.

SCHWARZ war schon während seines Studiums stark von WEIERSTRAB beeinflusst. In Gegensatz zu diesem arbeitete er mit geometrischen Methoden. Der aus der Riemannschen Funktionentheorie kommende Begriff der *universellen Überlagerung* einer Riemannschen

¹⁶ BIERMANN, KURT-R., Die Mathematik und ihre Dozenten an der Berliner Universität, 1810-1933, Akademie-Verlag, Berlin 1988.

¹⁷ *Mathematics in Berlin*, (hrsg.) BEGEHR, HEINRICH G. W.; KOCH, HELMUT; KRAMER, JÜRIG; SCHAPPACHER, NORBERT; THIELE, ERNST-JOCHEN, Birkhäuser Verlag, Basel 1998.

Fläche (siehe Erster Teil, Abschnitt 3.5) stammt von SCHWARZ. Er gab auch den ersten Beweis für die Existenz von Potentialfunktionen mit gegebenen Randbedingungen und umging so das Dirichletsche Prinzip (siehe Erster Teil, Abschnitt 4.2) bei der Lösung des Jacobischen Umkehrproblems. SCHWARZ leistete auch wichtige Beiträge zur Variationstheorie und zur Theorie der konformen Abbildungen, d. h. der Theorie von Abbildungen von Flächen, die durch analytische Funktionen gegeben sind.

5.3 Frobenius

FERDINAND GEORG FROBENIUS (1849-1917) studierte in Berlin vor allem bei KRONECKER und WEIERSTRAB. Bei WEIERSTRAB schrieb er seine Dissertation. 1874 wurde er außerordentlicher Professor an der Berliner Universität. 1875 bis 1892 arbeitete er an der ETH Zürich und wurde dann KRONECKERS Nachfolger in Berlin.

FROBENIUS hat auf vielen Gebieten gearbeitet. Aber seine für die Entwicklung der Mathematik wichtigsten Arbeiten gehören zur Algebra. Die algebraische Zahlentheorie in ihrer Ausprägung durch KRONECKER und DEDEKIND waren ihm geläufig und er leistet diesbezüglich interessante Beiträge. In der Algebra schuf er ein neues Gebiet, die *Darstellungstheorie von Gruppen*, die sich für die weitere Entwicklung der Algebra und Zahlentheorie bis zur Gegenwart als fundamental erweisen sollte.

Eine Gruppe ist eine Menge G , in der sich, in Anlehnung an die gewöhnliche Multiplikation ganzer Zahlen, je zwei Elemente a, b aus G zu einem weiteren Element $a b$ von G verknüpfen lassen. Die derart festgelegte Verknüpfung ist assoziativ, d. h. es gilt

$$(a b) c = a (b c)$$

für alle a, b und c aus G . Desweiteren gibt es in G ein sogenannt neutrales Element e , das durch die Eigenschaft $a e = a = e a$ charakterisiert ist, und schließlich besitzt jedes Element a von G ein sogenannt inverses Element a^{-1} in G , das durch

$$a^{-1} a = e = a^{-1} a$$

eindeutig charakterisiert wird. Spezielle Gruppen werden durch quadratische Matrizen mit von 0 verschiedener Determinante gegeben. Eine Darstellung einer Gruppe G ist eine homomorphe Abbildung von G in die Gruppe der regulären Matrizen mit komplexen Koeffizienten einer fixierten Zeilenzahl. Dabei bedeutet eine homomorphe Abbildung f einer Gruppe G_1 in eine Gruppe G_2 eine „verknüpfungstreue“ Abbildung, d. h. es besteht die Gleichheit $f(a)f(b) = f(a b)$ für alle Elemente a und b von G_1 .

Der Begriff einer abelschen Gruppe, d. h. einer Gruppe mit kommutativer Verknüpfung stammt schon von KRONECKER (vergleiche Erster Teil, Abschnitt 4.3). Unter dem Einfluss der KANTORSchen Mengenlehre und DEDEKINDS algebraischer Zahlentheorie setzte sich nach 1900 eine abstraktere Form der Algebra durch. Hierzu gehören die Begriffe *Ring* und *Körper*.

Ein Ring A ist eine Menge mit zwei Verknüpfungen, einer Addition $+$ und einer Multiplikation, die durch Hintereinanderschreiben der Faktoren bezeichnet wird. Bezüglich der Addition ist A eine abelsche Gruppe. Die Multiplikation ist lediglich assoziativ, und es gelten die beiden Distributivgesetze

$$a(b + c) = ab + ac, (b + c)a = ba + ca$$

für alle a, b und c aus A .

Das eindeutig bestimmte neutrale Element eines Rings bezüglich der Addition wird Nullelement genannt und mit 0 bezeichnet. Der Ring A ist ein Körper, wenn die von 0 verschiedenen Elemente von A bezüglich der Multiplikation ebenfalls eine abelsche Gruppe bilden.

5.4 Schottky

1902 starb L. FUCHS. D. HILBERT stand an erster Stelle der Berufungsliste für die Nachfolge. Da dieser in Göttingen blieb, wurde der zweite der Liste, FRIEDRICH SCHOTTKY (1851-1935), berufen. Er hatte in Breslau und Berlin studiert und war 1878 an der Berliner Universität Privatdozent geworden, nachdem er 1875 bei WEIERSTRASS promoviert hatte. Er ging dann 1882 nach Zürich und 1892 nach Marburg.

SCHOTTKY leistete wichtige Beiträge zur analytischen Funktionentheorie. In Spezialfällen fand er den Begriff der Moduln, die einer Klasse von konform äquivalenten mehrfach zusammenhängenden Gebieten zugeordnet sind. Hieraus entwickelte sich im 20. Jahrhundert die schon von RIEMANN angedachte Theorie der Modulvarietäten. Außerdem leistete SCHOTTKY Beiträge zur Theorie der abelschen Funktionen.

5.5 E. Schmidt

ERHARD SCHMIDT (1876-1959) wurde in Dorpat (Tartu) in Estland geboren. Er studierte zunächst an der dortigen Universität und dann in Berlin bei H. A. SCHWARZ. Später ging er nach Göttingen und promovierte 1905 bei D. HILBERT über Integralgleichungen. Er kam 1917 als Nachfolger von H. A. SCHWARZ an die Berliner Universität und blieb dort bis über die Zeit des Nationalsozialismus hinweg. Für die Neubegründung der Mathematik nach 1945 spielte er eine wichtige Rolle als der einzige Ordinarius, der als Klammer zwischen der Zeit der Weimarer Republik und Nachkriegsberlins zur Verfügung stand. Er emeritierte 1950, blieb aber bis 1958 Direktor des Forschungsinstituts für Mathematik der Deutschen Akademie der Wissenschaften, das er 1946 mitbegründet hatte.

E. SCHMIDT leistete Beiträge zu verschiedenen Gebieten der Analysis und Geometrie. Seine wichtigste Leistung ist die Weiterentwicklung der Theorie der Integralgleichungen von FREDHOLM und HILBERT. In diesem Zusammenhang betrachtete er unendlichdimensionale Vektorräume, auf die er die Prinzipien und Begriffsbildungen der euklidischen Geometrie übertrug. Auf diese Weise wurde er zum Begründer einer neuen Disziplin, der Funktionalanalysis.

E. SCHMIDT war ein guter Organisator. Auf seine Initiative wurde ein Lehrstuhl für angewandte Mathematik an der Berliner Universität gegründet. Weiter ist es vor allem ihm zu verdanken, dass mit C. CARATHÉODORY und I. SCHUR hervorragende Wissenschaftler gewonnen werden konnten. CARATHÉODORY schied allerdings schon 1919 wieder aus. An

seiner Stelle konnte L. BIEBERBACH geworben werden. Von 1920 bis 1933 gab es vier ordentliche Professoren, die international hochangesehen und noch verhältnismäßig jung und mathematisch aktiv waren. So konnte etwas von dem Glanz der zweiten Blüteperiode zurückgewonnen werden.

5.6 Carathéodory

CONSTANTIN CARATHÉODORY (1873-1950) wurde in Berlin geboren. Sein Vater war zu dieser Zeit Attaché an der Türkischen Botschaft. C. CARATHÉODORY studierte zunächst an der École Militaire in Brüssel, entschloss sich aber 1900 an der Berliner Universität Mathematik zu studieren. Bereits 1904 promovierte er und habilitierte sich dort 1905. 1913 wurde er Nachfolger von F. KLEIN in Göttingen, kam aber 1917 als Nachfolger von FROBENIUS nach Berlin. Ein Grund hierfür war seine enge Freundschaft mit E. SCHMIDT.

CARATHÉODORY arbeitete auf vielen Gebieten der Analysis. Besonders wichtig sind seine Ergebnisse über nichtlineare Differentialgleichungen und die Schaffung der allgemeinen Maßtheorie.

1919 verließ CARATHÉODORY Berlin, um in der nach der Zerschlagung der Türkei zu Griechenland gekommenen kleinasiatischen Stadt Smyrna (Izmir) eine Universität zu organisieren. Die Stadt wurde jedoch 1922 von der Türkei zurückerobert und CARATHÉODORY musste flüchten. Er ging nach München und blieb dort bis zu seinem Tode im Jahr 1950.

5.7 Schur

ISSAI SCHUR (1875-1941) wurde in Mogilev, Weißrussland, geboren. Im Alter von 13 Jahren ging er nach Libau in Kurland, wo er das deutschsprachige Gymnasium besuchte. Danach studierte er in Berlin und promovierte 1901 bei FROBENIUS. Nach seiner Habilitation 1903 war er bis 1913 Privatdozent der Berliner Universität, ging dann nach Bonn und wurde 1916 außerordentlicher und 1919 ordentlicher Professor an der Berliner Universität.

SCHUR war als Dozent sehr beliebt. Seine Vorlesungen wurden von allen mathematisch interessierten Studierenden besucht. Im Studienjahr 1930/31 musste sein Assistent A. BRAUER eine Parallelvorlesung halten, da der Hörsaal mit 500 Plätzen nicht alle Studenten fassen konnte. Diese erfolgreiche Tätigkeit fand durch den Beginn des Nazi-Regimes ein Ende (siehe Abschnitt 6.). SCHUR emigrierte 1939 in die Schweiz und ging von dort nach Palästina. Er starb 1941 in Tel Aviv.

SCHURS wichtigste Beiträge zur Mathematik gehören zu der von seinem Lehrer FROBENIUS geschaffenen Darstellungstheorie der Gruppen (siehe Abschnitt 5.3), die SCHUR wesentlich weiter entwickelte. In den zwanziger Jahren war er neben E. NOETHER einer der wichtigsten Vertreter der Algebra.

5.8 Bieberbach

LUDWIG BIEBERBACH (1886-1982) kam 1921 als Nachfolger von C. CARATHÉODORY an die Berliner Universität. Er hatte in Heidelberg und Göttingen studiert. In der Zeit des Nationalsozialismus entwickelte er sich zu einem Exponenten des Nazi-Regimes in der Mathematik (siehe Abschnitt 6.2) und wurde 1945 fristlos entlassen.

BIEBERBACH leistete bedeutende Beiträge zur komplexen Funktionentheorie. Berühmt wurde die *Bieberbachsche Vermutung*, die besagt, dass die Koeffizienten a_n einer eindeutigen Funktion

$$f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n,$$

die für $|z| < 1$ definiert ist, der Ungleichung $|a_n| < n$ für $n = 2, 3, \dots$ genügt. BIEBERBACH konnte $|a_2| < 2$ beweisen. Allgemein wurde die Vermutung erst 1984 durch den französischen Mathematiker L. DE BRANGES DE BOURCIA bewiesen.

5.9 von Mises

Während FROBENIUS wie auch die vorhergehenden Ordinarien noch die Ansicht vertreten hatten, dass die angewandte Mathematik in die Technischen Hochschulen gehöre, bemühte sich E. SCHMIDT um die Einrichtung eines Ordinariats für angewandte Mathematik an der Berliner Universität. Seine Bemühungen führten erst 1920 zu einem Erfolg: RICHARD VON MISES (1883-1953) nahm das ihm angetragene persönliche Ordinariat an.

V. MISES wurde in Lemberg (Lwow) geboren. Er studierte in Wien und promovierte mit einer Arbeit über die *Ermittlung der Schwungmassen im Schubkurbelgetriebe*. In Berlin gründete er das Institut für angewandte Mathematik, die erste bedeutende Schule der angewandten Mathematik in Deutschland. Unter seiner Leitung gab es dreizehn Promotionen und zwei Habilitationen. Letztere von HILDA POLLACZEK-GEIRINGER und STEFAN BERGMANN. H. POLLACZEK-GEIRINGER war die erste Frau, die in Berlin im Fach Mathematik habilitierte und nach EMMY NOETHER die zweite in Deutschland. Sie war v. MISES aus Wien gefolgt und wurde 1921 seine Assistentin. Sie wurde 1933 ebenso wie v. MISES aus Deutschland vertrieben und ging mit ihm zunächst nach Istanbul. 1939 gingen beide in die USA, wo sie 1943 heirateten.

V. MISES und seine Schüler arbeiteten auf einer Reihe von Themen der angewandten Mathematik: Praktische Analysis, Integral- und Differentialgleichungen, Mechanik, Hydro- und Aerodynamik, konstruktive Geometrie, Wahrscheinlichkeitstheorie, Statistik, Philosophie. Er bemühte sich um eine exakte Begründung von Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik. Diese wurde später von A. N. KOLMOGOROV (1903-1987) in der heute üblichen Weise geleistet. KOLMOGOROV bezieht sich dabei ausdrücklich auf v. MISES.

5.10 Extraordinarien und Privatdozenten

Eine Reihe von Extraordinarien und Privatdozenten, die jeweils nur kürzere Zeit an der Berliner Universität wirkten, erlangten Weltbedeutung. Hierzu gehören zwei Ungarn, JOHANN VON NEUMANN (1903-1957) und GÁBOR SZEGŐ (1895-1985).

J. V. NEUMANN kam 1921 nach Berlin als Student der Chemie. Er habilitierte sich 1927 mit einer Arbeit zur Axiomatik der Mengenlehre und war Privatdozent bis 1933, auf Grund von Auslandsaufenthalten hielt er aber nur fünf Semester lang Vorlesungen. In seiner mathematischen Forschung waren seine Berliner Jahre jedoch sehr fruchtbar. Er arbeitete über die mathematischen Grundlagen der Quantenmechanik und publizierte hierzu eine wichtige Monographie (Springer-Verlag, Berlin 1932). Ebenso bedeutend sind seine Arbeiten über Hilberträume und Operatoren auf solchen Räumen in Fortsetzung der Arbeiten von E. SCHMIDT über unendlichdimensionale Vektorräume (siehe Abschnitt 5.5).

V. NEUMANN wurde 1933 aus Deutschland vertrieben (siehe Abschnitt 6) und setzte seine Arbeit im Institute of Advanced Study in Princeton, USA, fort. Seit 1940 war er an der Entwicklung der Rechentechnik für die Rüstungsindustrie der USA beteiligt. Er arbeitete nach dem Zweiten Weltkrieg an Fragen der Spieltheorie und Automatentheorie.

G. SZEGŐ habilitierte sich 1921 an der Berliner Universität mit einer Arbeit über die *Entwicklung einer willkürlichen Funktion nach Polynomen eines Orthogonalsystems*. 1926 folgte er einem Ruf an die Universität Königsberg. 1934 aus Deutschland vertrieben, wurde er in den USA ein führender Vertreter der Analysis.

Weiter nennen wir HEINZ HOPF (1894-1971). Er kam 1920 als Student nach Berlin, wo er hauptsächlich bei E. SCHMIDT und L. BIEBERBACH studierte. 1925 schrieb er seine Dissertation *Über Zusammenhänge zwischen Topologie und Metrik von Mannigfaltigkeiten*. 1926 habilitierte sich HOPF mit einer Arbeit *Über Abbildungsklassen und Vektorfelder in n Dimensionen*. Mit weiteren Arbeiten wurde er zu einem der führenden Vertreter der sich in den zwanziger Jahren zu einer eigenen Disziplin entwickelnden *Algebraischen Topologie*, deren Anfänge auf RIEMANN (siehe Erster Teil, Abschnitt 3.5) zurückgehen. Bis 1931 war HOPF Privatdozent an der Berliner Universität und ging dann als Ordinarius an die ETH Zürich.

H. HOPF ist ein Beispiel für die in den zwanziger Jahren bereits ausgebildete internationale Verflechtung der mathematischen Forschung. Er hielt sich nach Beendigung seiner Dissertation ein Jahr in Göttingen auf, wo er mit dem Moskauer Mathematiker P. S. ALEKSANDROV zusammenarbeitete. Beide gingen als Stipendiaten 1927/28 nach Princeton/USA.

Schließlich erwähnen wir RICHARD BRAUER (1901-1977), der in Charlottenburg geboren wurde. BRAUER studierte Mathematik an der Berliner Universität und promovierte 1926 bei I. SCHUR. Er ging schon 1925 an die Universität Königsberg, von wo er 1933 aus Deutschland vertrieben wurde.

BRAUERS wichtigste Arbeiten betreffen die Klassifikation der einfachen endlichen Gruppen und das Studium der einfachen zentralen Algebren. Eine Gruppe G heißt einfach, wenn es außer der Gruppe, die nur aus dem neutralen Element besteht, und der Gruppe G selbst keine Gruppe H gibt, die homomorphes Bild von G ist. Eine Algebra A über einem Körper K

ist ein Ring, der K als Teilring enthält. A heißt einfach, wenn es außer K und A keine Unterhalbgebren von A gibt. A heißt zentral über K , wenn K der größte Körper ist, der in A enthalten ist und dessen Elemente mit den Elementen von A bezüglich der Multiplikation in A vertauschbar sind. BRAUER zeigte, dass man mit Hilfe des Tensorprodukts eine Multiplikation von einfachen zentralen Algebren über K definieren kann. Bezüglich dieser Multiplikation bilden die Klassen von einfachen zentralen Algebren über K , die sich nur um die Multiplikation mit vollen Matrixalgebren über K unterscheiden, eine Gruppe, die als *Brauersche Gruppe* bezeichnet wird. Z. B. gibt es über dem Körper \mathbf{R} der reellen Zahlen nur zwei solche Klassen, die Klasse, die \mathbf{R} und die Klasse, welche die Quaternionenalgebra enthält. Dies wurde 1878 von FROBENIUS bewiesen. Die Brauersche Gruppe wurde ein Ausgangspunkt für die Theorie der Kohomologiegruppen, die eine wesentliche Rolle in der heutigen Mathematik spielen.

6. Die Zeit der Nazi-Herrschaft (1933-1945)

Die Nachblütezeit der Mathematik an der Berliner Universität wurde durch den Beginn der Nazi-Herrschaft abrupt beendet. Am 7.4.1933 wurde das *Gesetz zur Wiederherstellung des Berufsbeamtentums* verkündet. Danach konnten aus politischen oder rassistischen Gründen missliebige Personen aus dem Staatsdienst entlassen oder in den Ruhestand versetzt werden. Hiervon waren zunächst Personen ausgenommen, die schon vor dem Ersten Weltkrieg Beamte oder Frontkämpfer im Ersten Weltkrieg gewesen waren.

6.1 Die Vertreibung jüdischer Mathematiker

Von den vier Ordinarien der Berliner Universität waren hiervon zwei betroffen, I. SCHUR und R.V. MISES. Zwar fiel SCHUR zunächst nicht unter das „Gesetz“, da er schon vor 1914 Beamter gewesen war. Trotzdem wurde er zum 1.5.1933 beurlaubt. E. SCHMIDT erreichte, dass diese Beurlaubung im Oktober 1933 rückgängig gemacht wurde. Aber SCHUR durfte nur noch Spezialvorlesungen halten. Weitere Schikanen veranlassten ihn, sich 1935 im Alter von 60 Jahren emeritieren zu lassen. Er ging 1939 nach Palästina, wo er zwei Jahre später starb.

V. MISES war als Teilnehmer am Ersten Weltkrieg anfangs auch von dem „Gesetz“ ausgenommen, jedoch wurde ihm klar, dass er in Deutschland nicht bleiben konnte. Er nahm 1933 ein Angebot der Universität in Istanbul an und wurde dort Professor. 1939 ging er in die USA.

Von den übrigen Mitgliedern des Lehrkörpers wurde ein großer Teil aus Deutschland vertrieben. Die in Abschnitt 5 genannten H. POLLACZEK-GEIRINGER und J. V. NEUMANN gehörten hierzu. Zu denen, die eine Entlassung nicht abwarteten, gehörte außer J. V. NEUMANN auch H. FREUDENTHAL (1905-1990), der erste Doktorand von H. HOPF. Die Promotion fand 1931 statt. FREUDENTHAL ging Ende 1930 nach Amsterdam. Nach Okkupation der Niederlande gelang es ihm, der Deportation nach Auschwitz zu entgehen. Er wurde 1946 Ordinarius an der Universität Utrecht. 1960 nahm er die Promotion zum Ehrendoktor der Humboldt-Universität an. Seine mathematische Bedeutung liegt auf dem Gebiet der Topologie, jedoch hat er auch auf vielen anderen Gebieten gearbeitet.

Im September 1933 wurde den Dozenten R. REMAK (1888-1945), H. POLLACZEK-GEIRINGER und ST. BERGMANN (1895-1977) die Lehrbefugnis entzogen. REMAK promovierte 1911 bei FROBENIUS, konnte sich aber erst 1928 habilitieren. REMAK blieb nach seiner Entlassung in Deutschland, wurde 1938 nach der „Kristallnacht“ für zwei Monate in das Konzentrationslager Sachsenhausen verschleppt. Es gelang ihm darauf die Flucht nach Amsterdam. Dort fiel er nach Kriegsausbruch erneut in die Hände der Nazis. Nach Auschwitz gebracht wurde er zu einem unbekanntem Zeitpunkt ermordet. Seine Frau hat zuletzt 1942 von ihm gehört. BERGMANN promovierte 1921 bei v. MISES und habilitierte sich 1932. 1933 ging er über Tomsk (Sibirien) nach den USA.

Weiter nennen wir A. BRAUER (1894-1985). Er ist der ältere Bruder von R. BRAUER. A. BRAUER studierte von 1919 bis 1927 an der Berliner Universität und war in dieser Zeit der Mittelpunkt der Mathematisch-Physikalischen Arbeitsgemeinschaft (Mapha), einer Studentenvereinigung, welche die Förderung des Studiums und soziale Aufgaben zum Ziel hatte. Sie wirkte sehr effektiv und sicherte z. B. das Studium unbemittelter Studenten durch die Vermittlung von Nebenarbeit. A. BRAUER promovierte 1928 bei SCHUR über *Diophantische Gleichungen mit endlich vielen Lösungen*, d. h. über Polynomgleichungen mit ganzen Koeffizienten und endlich vielen ganzzahligen Lösungen. 1932 habilitierte er sich. BRAUER war Kriegsteilnehmer und wurde daher erst 1935 entlassen. Er blieb zusammen mit SCHUR in Berlin und konnte, nachdem SCHUR 1939 ausgesiedelt war, in die USA ausreisen.

6.2 Die Mathematik an der Berliner Universität nach der Vertreibung der jüdischen Dozenten

Die verbleibenden Ordinarien an der Berliner Universität waren E. SCHMIDT und L. BIEBERBACH. Sie verhielten sich gegenüber dem Nationalsozialismus sehr unterschiedlich. SCHMIDT hat seine Position 1929 anlässlich einer Ansprache auf dem Festakt zum zehnjährigen Bestehen der Mapha (siehe Abschnitt 6.1) deutlich gemacht. Er war zu dieser Zeit Rektor der Universität. Er sagte, dass sich die Mapha von aller „Parteipolitik“ fernhalten sollte. Sie sei eine „erfrischende Oase in der Wüste von parteipolitischer- und Rassenverhetzung, die uns vielfach umgibt, und deren Eindringen in die Universität er für die größte Gefahr halte, die den deutschen Universitäten überhaupt droht.“

1951 erinnerte sich SCHMIDT anlässlich der Feier zu seinem 75. Geburtstag an diese Zeit: „Als ich Rektor war, kam es zu einem schweren Konflikt mit der damals so großen Gruppe von nationalistischen Rowdys, weil ich einen ihrer Obermacher nicht empfang, nachdem er mich hintergangen hatte. Sie veranlassten eines Morgens eine Protestversammlung gegen mich auf dem Platz hinter dem Universitätsgebäude, an die sich rohe Skandalszenen durch die Korridore der Universität anschlossen. Die ganze Stadt war in Aufregung.“ Am Nachmittag dieses Tages war es SCHMIDT dann nur unter dem Schutz von etwa 600 „Maphaisten“ möglich, seine Vorlesung ohne nazistische Störungen zu halten¹⁸.

Diese Vorkommnisse sind zugleich ein Zeichen dafür, dass sich das Ende der Nachblütezeit an der Berliner Universität bereits vor 1933 im Verhalten eines Teils der Studentenschaft ankündigte.

¹⁸ BIERMANN, KURT-R., Die Mathematik und ihre Dozenten an der Berliner Universität, 1810-1933, Akademie-Verlag, Berlin 1988, S. 233.

Eine gänzlich andere Haltung nahm L. BIEBERBACH zum Nationalsozialismus ein. Obgleich er sich vor 1933 zu allen Lehrkräften der Berliner Universität loyal verhalten, mit SCHUR sogar gemeinsam publiziert hatte, wandelte er sich im Laufe des Jahres 1933 zu einem aktiven Vertreter der Nazi- und insbesondere der Rassenideologie. Im Wintersemester 1933/34 hielt er eine Vorlesung, in der er versuchte, einen Gegensatz zwischen „deutscher“ und „jüdischer“ Mathematik zu konstruieren. Z. B. bei der Einführung der Zahl π stellte er der „deutschen“ Einführung der Zahl π als halber Umfang des Einheitskreises die Landausche Weise gegenüber, π als Nullstelle der Cosinus-Funktion zu definieren, wobei die Cosinus-Funktion durch ihre Potenzreihe gegeben ist.

BIEBERBACH schlug dem Reichskulturministerium 1935 vor, SCHUR in den Ruhestand zu versetzen. Weiter schlug er vor, den Lehrstuhl für Algebra abzuschaffen, da das Fach in ausreichender Weise durch seinen Assistenten W. WEBER vertreten sei. Offenbar empfand er die Algebra auch als eine vorwiegend jüdische Wissenschaft, da in ihr die Juden E. NOETHER, I. SCHUR und R. BRAUER den Ton angaben.

Im Jahre 1936 gründete er eine neue Zeitschrift *Deutsche Mathematik*, in der er versuchte eine typisch „deutsche Mathematik“ im Gegensatz zur „jüdischen“ zu propagieren. Die Zeitschrift enthielt neben Nazi-Propaganda auch seriöse mathematische Arbeiten. 1945 wurde BIEBERBACH aus allen Ämtern entlassen.

Ein weiterer Vertreter der Nazi-Ideologie in der Mathematik war TH. VAHLEN (1869-1945). Er kam 1934 als Nachfolger von v. MISES an die Berliner Universität, aber einige Monate später nahm er eine Stellung im Reichskulturministerium an. Das Institut für angewandte Mathematik wurde daraufhin von dem Astronomen A. KLOSE übernommen, aber bald zu einer zu vernachlässigenden Größe reduziert. VAHLEN war Mitherausgeber der Zeitschrift *Deutsche Mathematik*.

6.3 Teichmüller

OSWALD TEICHMÜLLER (1919-1943) war ein ebenso begabter Mathematiker wie fanatischer Nationalsozialist. Er studierte in Göttingen bei H. HASSE (siehe Dritter Teil, Abschnitt 7.2). Als Mitglied der NSDAP und der SA organisierte er 1933 mit anderen Studenten einen Boykott der Anfängervorlesung von E. LANDAU (1877-1938) an der Universität Göttingen. In einem Brief an LANDAU gab er als Hauptgrund für den Boykott die rassische Unvereinbarkeit zwischen Lehrer und Studenten an. LANDAU, ein führender Vertreter der analytischen Zahlentheorie, der an der Berliner Universität studiert hatte und seit 1908 Professor in Göttingen war, gab daraufhin seinen Lehrstuhl in Göttingen auf und zog sich in seine Heimatstadt Berlin zurück. LANDAU hatte schon in den zwanziger Jahren als Mitbegründer und einer der ersten Professoren an der Hebräischen Universität in Jerusalem gearbeitet. Aber er verzichtete darauf, sich dort auf Dauer niederzulassen.

1935 kam TEICHMÜLLER als rechte Hand zu BIEBERBACH nach Berlin. Er hatte aber keine Stellung an der Universität und lebte von einem kleinen Stipendium. Im Zweiten Weltkrieg erhielt er eine Stellung im Dechiffrierdienst beim Oberkommando der Wehrmacht. Aber nach der Schlacht bei Stalingrad im Mai 1943 ging er freiwillig an die Ostfront, wo er bereits am 11. September 1943 fiel. Der Grund für seine Meldung an die Ostfront ist nicht bekannt. Eine

Vermutung ist, dass er den Tod suchte, nachdem ihm die Unsinnigkeit seiner bisherigen politischen Einstellung klar geworden war.

In der kurzen Zeit, die ihm für seine mathematische Forschung zur Verfügung stand, leistete TEICHMÜLLER einen wesentlichen Beitrag zur Analysis. Die von ihm entwickelte Theorie der Modulräume erlaubt eine Klassifizierung der Äquivalenzklassen kompakter Riemannscher Flächen (siehe Erster Teil, Abschnitt 3.5). Diese Modulräume werden heute als *Teichmüller-Räume* bezeichnet. Sie tragen die Struktur einer Mannigfaltigkeit der Dimension $3g-3$, wobei g das Geschlecht der zugrunde liegenden Riemannschen Flächen ist. Diese Aussage findet sich schon bei RIEMANN, ohne dass dieser eine hinreichende Begründung für seine Behauptung gibt. Die Ergebnisse von TEICHMÜLLER wurden hauptsächlich in der *Deutschen Mathematik* publiziert und nach 1945 zu einem zentralen Teil der geometrischen Funktionentheorie weiterentwickelt. Im Jahr 1982 erschienen seine gesammelten 34 Abhandlungen im Springer-Verlag.

6.4 Zusammenfassung

Wie wir ausgeführt haben, kam es 1933 unter der Führung von BIEBERBACH zu einem Niedergang der Mathematik an der Berliner Universität. Dies zeigte sich auch an den Studierendenzahlen, die von etwa 1500 vor 1933 innerhalb von drei Jahren auf etwa 200 zurückgingen. Der Rückgang der Studierendenzahlen nach 1933 war allerdings eine allgemeine Erscheinung an deutschen Universitäten; dieser Rückgang war zu einem gewissen Teil auch durch die Gefallenen des Ersten Weltkriegs

Disziplingeschichte, Bd. 3

HELMUT KOCH/JÜRIG KRAMER

Die Mathematik nach 1945¹⁹

Einleitung und Überblick

Nach dem Ende des Zweiten Weltkriegs verlagerte sich der Schwerpunkt der Mathematik in die USA, auch dank der vielen Emigranten, die seit 1933 dorthin gegangen waren. Daneben gab es in Frankreich und in der Sowjetunion ebenbürtige Zentren der Mathematik.

In Berlin ging es 1945 um eine Wiederbelebung der Universität. Von den Mathematik-Dozenten aus der Zeit vor 1945 standen nur Hermann Ludwig Schmid und Kurt Schröder zur Verfügung. Schmid gelang es, Helmut Hasse nach Berlin zu holen. Hasse konnte einen großen Kreis begabter Schüler um sich scharen. Hierzu gehörten Herbert Benz, Wolfram Jehne, Martin Kneser, Hans-Wilhelm Knobloch, Heinrich Wolfgang Leopoldt, Curt Meyer, Peter Roquette und Paul Wolf. Sie alle verließen jedoch zusammen mit Hasse Berlin, der 1950 einer Berufung an die Hamburger Universität folgte. Schmid nahm 1953 einen Ruf an die Universität Würzburg an. Er verließ Berlin zusammen mit seinen Assistenten Klaus Krickeberg, Erich Lamprecht und Heinz Orsinger. Die Mathematik an der Humboldt-Universität wurde teilweise durch Mathematiker weitergeführt, die aus Westdeutschland kamen: Heinrich Grell und Karl Schröter. Hans Reichardt kehrte aus der Sowjetunion zurück, wo er als Spezialist am Raketenprogramm gearbeitet hatte. Diese Mathematiker blieben bis zu ihrer Emeritierung an der Humboldt-Universität. Sie wurden in den 1970er Jahren durch eine neue Generation von Professoren abgelöst.

Der Übergang von der DDR in die Bundesrepublik nach 1990 erfolgte im Gegensatz zu vielen anderen Disziplinen ohne Verlust des Arbeitsplatzes für die prägenden Dozenten. Die

¹⁹ Eine unserer wichtigsten Quellen bildet der Sammelband: Begehr, Heinrich G. W./Koch, Helmut/Kramer, Jürg/Schappacher, Norbert/Thiele, Ernst-Jochen (Hrsg.), *Mathematics in Berlin*, Basel 1998.

Neuformierung des Instituts wurde von der Struktur- und Berufungskommission geleistet. Diese bestand aus drei Professoren des alten Instituts, Uwe Kähler, Herbert Kurke, Arno Langenbach, aus drei auswärtigen Professoren, Jochen Brüning, Hans Föllmer, Klaus Hulek, sowie aus jeweils einem Vertreter der Assistenten und der Studierenden. Das Ergebnis war die Erweiterung des Lehrkörpers auf 26 Professuren, der nach drei Sparrunden auf gegenwärtig 17 Professuren reduziert wurde. Das Bestreben der Kommission bestand darin, das Gewicht der Mathematik an der Humboldt-Universität zu verstärken. Dies gelang durch die Berufung namhafter Wissenschaftler.

Die Zeit der sowjetischen Besatzung und der DDR 1945–1989

Nach der Kapitulation des Nazi-Regimes ging es um die Wiedereröffnung der Berliner Universität, die im Januar 1946 erfolgte. Das Mathematische Institut befand sich im Westflügel des teilzerstörten Universitätsgebäudes Unter den Linden 6. Außerdem gab es in Steglitz ein Zweigbüro, in dem die Arbeit bereits im Mai 1945 inoffiziell aufgenommen worden war. Der einzig verbliebene Ordinarius Erhard Schmidt befand sich zu dieser Zeit in Westdeutschland und kam 1946 nach Berlin zurück. Als einziger Dozent stand Hermann Ludwig Schmid ab Mai 1945 zur Verfügung. Kurt Schröder, Dozent seit 1939, war bis 1945 Mitarbeiter bei der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt (DVL) gewesen und erhielt bis 1946 Forschungsaufträge, ehe er Professor und Leiter des II. Mathematischen Instituts wurde. Schmid spielte eine wesentliche Rolle beim Wiederaufbau der Mathematik an der Berliner Universität.²⁰

Schmid

Hermann Ludwig Schmid (1908–1956) wurde in Göggingen bei Augsburg geboren. Er studierte in München von 1927 bis 1932 Mathematik und Physik und war anschließend zwei Jahre im Schuldienst tätig. Er promovierte 1934 bei Hasse über ein Thema aus der Klassenkörpertheorie für Funktionenkörper über endlichem Konstantenkörper. Die Klassenkörpertheorie über algebraischen Zahlkörpern, d. h. die Theorie der abelschen

²⁰ Jehne, Wolfram/Lamprecht, Erich: Helmut Hasse and Hermann Ludwig Schmid and their students in Berlin, in: Begehr Heinrich, G. W. u. a., Mathematics in Berlin, 1998, S. 143–149.

Erweiterungen solcher Körper, war zu Beginn der zwanziger Jahre schon gut ausgearbeitet. Hasse gab einen Bericht über den Stand der Theorie auf der DMV-Jahrestagung in Danzig 1925.²¹ Dies war eine Anregung für Friedrich Karl Schmidt (1901–1977), eine entsprechende Theorie für Funktionenkörper einer Variablen x über endlichem Konstantenkörper C , d. h. für Körper K , die endliche Erweiterungen des Körpers $C(x)$ der rationalen Funktionen in x mit Koeffizienten in C sind, zu entwickeln.²² Zu dieser Theorie leistete Schmid einen wesentlichen Beitrag. Heute ist die Analogie von Zahlkörpern und Funktionenkörpern über endlichem Konstantenkörper gut ausgearbeitet, man spricht von *globalen Körpern*. Schmid ging 1935 zu Hasse nach Göttingen und kam 1940 als Dozent an die Berliner Universität. 1946 wurde er zum ordentlichen Professor berufen. Es gelang ihm, Hasse nach Berlin zu ziehen. Außerdem wurde auf seine Initiative hin ein Forschungsinstitut für Mathematik an der *Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* (DAW) eröffnet mit Erhard Schmidt als erstem Direktor.²³ 1953 folgte Schmid einem Ruf an die Universität Würzburg, wo er bereits 1956 verstarb. Das von ihm und Josef Naas (1906–1993) herausgegebene „Mathematische Wörterbuch“ wurde ein Standardwerk, das in mehreren Auflagen bzw. Nachdrucken in der DDR und in der Bundesrepublik erschien.²⁴ Der Mathematiker Naas war von November 1946 bis April 1953 Direktor der DAW, ab 1953 Professor am Institut für Mathematik der DAW.

Hasse

Helmut Hasse (1898–1979) wurde in Kassel geboren. Von 1918 bis 1920 studierte er in Göttingen und ging dann zu Kurt Hensel nach Marburg. Hensel stellte ihm als Thema seiner Dissertation die Aufgabe zu untersuchen, wie die Darstellbarkeit einer rationalen Zahl a durch eine quadratische Form mit rationalen Koeffizienten mit der Darstellbarkeit in p -adischen Zahlen zusammenhängt. Hasse bewies, dass a in rationalen Zahlen dann und nur dann darstellbar ist, wenn a für alle Primzahlen p in p -adischen Zahlen sowie in reellen Zahlen darstellbar ist. Durch Hasse selbst und andere Mathematiker wurde später bewiesen, dass etwas Entsprechendes in vielen mathematischen Konstellationen stattfindet. Man spricht

²¹ Hasse, Helmut, Bericht über neuere Untersuchungen und Probleme aus der Theorie der algebraischen Zahlkörper, Teil I, Teil Ia, Jahresbericht der DMV 35 (1926), 36 (1927).

²² Roquette, Peter, Class Field Theory in Characteristic p , its Origin and Development, in: Advanced Studies in Pure Mathematics 30 (2001), S. 549–631.

²³ Die DAW zu Berlin verstand sich als Nachfolger der Preußischen Akademie der Wissenschaften, deren Mitglied E. Schmidt seit 1918 war.

²⁴ Vgl. Naas, Josef/Schmid, Hermann Ludwig, Mathematisches Wörterbuch mit Einbeziehung der theoretischen Physik. 2 Bde., Berlin 1984 und Stuttgart 1984 (unveränd. ND d. 3. Aufl. v. 1967).

vom *Hasseschen Lokal-Global-Prinzip*. Hasse wurde 1925 ordentlicher Professor in Halle, 1930 Nachfolger von Hensel in Marburg und 1934 ging er nach Göttingen mit der Aufgabe, einen Rest des Ansehens der Mathematik an der Universität zu bewahren. Die britische Besatzungsmacht entließ ihn 1945 aus seiner Professur wegen „Nähe zum Nazi-Regime“. Hasse, der bis 1933 intensiv mit Emmy Noether und Richard Brauer zusammengearbeitet hatte, war der prominenteste deutsche Mathematiker, der bis in den Zweiten Weltkrieg hinein Anhänger des Nationalsozialismus blieb. Daher traf es ihn mehr als andere, die im Ausland weniger bekannt, aber stärker involviert gewesen waren. Hasse war also stellungslos und nahm daher das Angebot in Ostberlin an. Er arbeitete zunächst im Mathematischen Institut der DAW und hielt seine erste Vorlesung an der Universität im Sommersemester 1948. Im Jahre 1950 wurde ihm ein Lehrstuhl an der Universität Hamburg angeboten, den er annahm. Seine Zeit an der Berliner Universität war also nur kurz. Er konnte allerdings einen großen Kreis begabter Schüler um sich scharen, die fast alle mit ihm nach Hamburg gingen, so dass sein Wirken für die DDR im Endeffekt negativ war. Diese verhielt sich ihm gegenüber auch nach 1950 loyal. Er blieb Ordentliches Mitglied der DAW und erhielt 1952 den Nationalpreis erster Klasse der DDR für sein Lehrbuch der Zahlentheorie, das 1949 in Ostberlin erschien und nach der Farbe des Einbands als *Blauer Hasse* bezeichnet wurde, zur Unterscheidung seines Lehrbuchs *Vorlesungen über Zahlentheorie*, das 1950 im Springer-Verlag erschien und die Bezeichnung *Gelber Hasse* erhielt. Hasse kam noch viele Jahre nach seinem Weggang aus Berlin zu Vorträgen an die Humboldt-Universität.

Hasse hatte in den zwanziger und dreißiger Jahren zusammen mit Emil Artin (1898–1962) eine führende Stellung in der Algebraischen Zahlentheorie und damit auch in Teilen der Algebra. Nachdem er an der Universität in Göttingen in seinem Bemühen, einen Teil des Ansehens der Mathematik zu retten, viel Zeit für administrative Aufgaben benötigte, war diese führende Stellung bereits im Abklingen. Im Krieg wirkte er als Marineoffizier und verlor so den Kontakt mit der weiteren Entwicklung der Mathematik. Emil Artin, mit einer Jüdin verheiratet, wurde deshalb 1937 aus dem Staatsdienst entlassen und emigrierte in die USA, wo er einen starken Einfluss auf die Entwicklung der Mathematik nahm. 1958 kam er wieder nach Hamburg, starb aber bereits 1962.

Hasses Wirken in Berlin galt vor allem dem Einbettungsproblem. Dabei handelt es sich um folgendes: Sei L/K eine normale Körpererweiterung mit Galoischer Gruppe G (vgl. Koch/Kramer i. Bd. 4). Weiter sei H eine Gruppe, die einen Normalteiler N enthält, so dass G isomorph zur Faktorgruppe H/N ist. Dann ist ein Körper M gesucht, der eine normale Erweiterung von K mit einer Galois-schen Gruppe $\text{Gal}(M/K)$ ist, die isomorph zu H ist,

wobei $\text{Gal}(M/L)$ auf N abgebildet wird. Ergebnisse hierzu kamen vor allem von einigen Berliner Schülern von Hasse.

Schüler von Hasse

Aus dem Kreis der Berliner Schüler Hasses gehen wir hier auf diejenigen ein, deren wissenschaftliches Werk von besonderer Bedeutung für die spätere Mathematik war. Martin Kneser (1928–2006) ist der Sohn bzw. Enkel des Mathematikers Hellmuth Kneser bzw. Adolf Kneser. Er kam 1948 nach Berlin, um mit Hasse zu arbeiten, schrieb aber seine Dissertation 1950 bei Erhard Schmidt. Seine späteren Arbeiten knüpfen an Hasse an. Sie beziehen sich auf quadratische Formen und die Arithmetik algebraischer Gruppen. Als ein direktes Ergebnis seiner Berliner Zeit fand Kneser einen stark vereinfachten Beweis eines expliziten Reziprozitätsgesetzes von Igor Rotislawowitsch Shafarevich, der auch den von Shafarevich ausgeschlossenen Fall der 2-adischen Körper mit einschloss. Kneser ging 1951 nach Münster, von 1963 bis 1993 war er Ordinarius in Göttingen.

Curt Meyer und Heinrich-Wolfgang Leopoldt knüpften beide an das Werk *Über die Klassenzahl abelscher Zahlkörper* von Hasse an, das dieser schon vor seiner Zeit in Berlin, im August 1945, abgeschlossen hatte. Es wurde erst 1952 im Akademie-Verlag Berlin publiziert. Unter einem *abelschen Zahlkörper* versteht man dabei eine endliche normale Erweiterung des Körpers der rationalen Zahlen mit abelscher Galoisscher Gruppe. Diese Körper waren bereits Gegenstand der Untersuchungen von Kronecker. Bei Hasse ging es um die explizite Beschreibung einer wichtigen Invariante dieser Körper, der Klassenzahl. Meyer übertrug dieses Ergebnis auf abelsche Erweiterungen von quadratischen Zahlkörpern. Dabei kam noch stärker als bei Hasse die analytische Zahlentheorie ins Spiel. Leopoldt führte Hasses Untersuchungen über abelsche Zahlkörper weiter. Er fand eine explizite Beschreibung der Ganzheitsbasen und führte die Untersuchung der Klassenzahlen auf die Klassenzahlformel $\text{mod } p$. Daraus entwickelte sich der Begriff der p -adischen Zetafunktion. Meyer gehörte zu den Mathematikern, die bereits 1945 nach Berlin kamen. Er spielte eine besondere Rolle bei der Entwicklung der Mathematik in Berlin nach 1945, da er sowohl Schmidt als auch Hasse beim illegalen Übertritt über die Interzonengrenze behilflich war.

Peter Roquette knüpfte an ein Ergebnis von Hasse aus der Vorkriegszeit an: Diesem war es 1932 gelungen, eine Vermutung für Funktionenkörper K über endlichem Konstantenkörper C für den Fall, dass K/C das Geschlecht 2 hat, zu beweisen, welche das Analogon zur

Riemannschen Vermutung ist. Der allgemeine Fall eines beliebigen Geschlechts von K/C war 1940 (publiziert 1948) von André Weil behandelt worden, der geometrische Methoden beim Beweis benutzt hatte. Roquette konnte 1951 einen algebraischen Beweis geben, der direkt an Hasses Vorgehen anschloss. Ein weiteres von Roquette behandeltes Thema ist die Anwendung von Nichtstandardarithmetik auf die Zahlentheorie. Dabei wird ein Zweig der Mathematischen Logik, die Modelltheorie, benutzt. So konnte er einen völlig neuen Beweis des berühmten Satzes von Siegel und Mahler über die Endlichkeit der ganzzahligen Punkte auf einer Kurve vom Geschlecht $g > 0$ geben.

Wolfram Jehne (*1927) knüpfte an Hasses Arbeiten zum Einbettungsproblem für Körpererweiterungen an. Wenn der Grundkörper ein Zahlkörper ist, sei M/L eine abelsche Erweiterung. Dann kann man fragen, wodurch die zu der Einbettung gehörige Kohomologieklass gegeben ist. Dieses von Hasse gestellte Problem wurde von Jehne in seiner Diplomarbeit gelöst und 1952 publiziert. Shafarevich hatte das entsprechende Problem für p -adische Zahlkörper bereits 1949 gelöst; diese Arbeit war jedoch im Kreis der Hasseschüler nicht bekannt.²⁵

Die weiteren Mathematikprofessoren der Berliner Universität aus der Neugründungszeit

Helmut Hasse war der einzige Mathematiker von Weltbedeutung, der in der Zeit von 1945 bis 1953 für die Berliner Universität gewonnen werden konnte. Die weiteren Professoren dieser Zeit hatten weit geringere internationale Bedeutung.

Kurt Schröder (1909–1978) studierte von 1928 bis 1933 an der Berliner Universität. 1933 promovierte er bei Ludwig Bieberbach und Erhard Schmidt und habilitierte sich 1939. Während des 2. Weltkriegs entwickelte er sich zu einem wichtigen Spezialisten der Strömungsmechanik. Er war von 1939 bis 1945 Mitarbeiter der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt in Berlin-Adlershof. Insbesondere arbeitete er über die Prandtl'sche Tragflügeltheorie. 1946 wurde er ordentlicher Professor für Angewandte Mathematik und Direktor des II. Mathematischen Instituts der Berliner Universität. Schröder spielte eine führende Rolle in den Leitungsgremien der Mathematik in der DDR. Er war seit 1950 auch Direktor des Mathematischen Instituts der DAW, deren Ordentliches Mitglied er 1951 wurde. Von 1959 bis 1965 war er Rektor der Humboldt-Universität, zuvor Prorektor für

²⁵ Koch, Helmut, The History of the Theorem of Shafarevich in the Theory of Class Formations, in: Advanced Studies in Pure Mathematics 30 (2001), S. 87–105.

Forschungsangelegenheiten, und von 1962 bis 1970 war er Vorsitzender der Mathematischen Gesellschaft der DDR.

Diese Leitungstätigkeit ließ ihm wenig Zeit für die eigenen Forschungen. So wird er in dem umfangreichen Sammelband *Entwicklung der Mathematik in der DDR*, erschienen 1974 zum 25. Jahrestag der Gründung der DDR, nur als Vorsitzender der Mathematischen Gesellschaft der DDR erwähnt. Zu seinen Vorlesungen an der Berliner Universität erschien er nach dem Zeugnis der Studierenden und Kollegen häufig unvorbereitet und musste sich selbst erst das Vorzutragende klar machen. Das gab allerdings seiner Vorlesung eine Lebendigkeit, da der Hörer sich selbst bemühen musste, den jeweiligen Sachverhalt zu klären.

Karl Schröter (1905–1977) kam 1948 aus Münster in Westfalen an die Humboldt-Universität. 1950 wurde er Gründungsdirektor des Instituts für Mathematische Logik. Dies gab den Rahmen für eine umfangreiche Forschung ab, als deren wichtigste Vertreter die folgenden zu nennen sind: Schröter selbst befasste sich mit der Theorie des logischen Schließens. Günter Asser untersuchte den Prädikatenkalkül, der maßgeblich für den berühmten Unvollständigkeitssatz von Kurt Gödel ist, der besagt, dass es kein endliches Axiomensystem gibt, mit dem man alle gültigen Sätze einer Theorie beweisen kann, welche die Arithmetik der natürlichen Zahlen enthält. Mit der Metatheorie der Mengenlehre befassten sich Kurt Hauschild, Dieter Klaua und Martin Kühnrich. Fritz Homagk arbeitete über Fragen der Intuitionistischen Logik. Schließlich erwähnen wir Andreas Baudisch und Wolfgang Rautenberg, die teilweise zusammen mit Hauschild über Mathematische Modelltheorie arbeiteten. 1954 gründete Schröter die „Zeitschrift für Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik“, deren Herausgeber er bis zu seinem Tod war. 1962 Korrespondierendes und 1964 Ordentliches Mitglied der DAW, war er auch Direktor des Mathematik-Instituts der Akademie sowie von 1968 bis zu seinem Tod Sekretär der Mathematischen Klasse.²⁶

Heinrich Grell (1903–1974) kam 1948 aus Erlangen an die Berliner Universität. Er war Schüler von Emmy Noether und entwickelte die Kommutative Algebra weiter. Der wichtige Begriff des Quotientenringes geht auf ihn zurück. Da er 1935 aus der mathematischen Forschung ausscheiden musste, war es für ihn schwer, sich in der Entwicklung seit 1945 zu orientieren. Als seinen Schüler kann man wohl Lothar Budach bezeichnen, der den Begriff des Grellschen Präschemas einführte und damit eine Brücke von den Untersuchungen von Grell zur heutigen Algebraischen Geometrie im Sinne von Alexander Grothendieck baute. Darüber hinaus hatte Grell – ähnlich wie Schröder – viele Leitungsfunktionen inne, die ihm wenig Zeit für eigene Forschungen ließen: Dekan der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen

²⁶ Vgl. das Interview mit Karl Schröter in: Lange, Gert/Mörke, Joachim (Hrsg.), *Wissenschaft im Interview*, Leipzig/Jena/Berlin 1979, S. 201–209.

Fakultät, 1959–1964 Prorektor für Forschungsangelegenheiten an der Universität, 1964–1972 stellvertretender Generalsekretär der DAW, deren Korrespondierendes Mitglied er 1962 und Ordentliches Mitglied er 1964 wurde.

Hans Reichardt (1908–1991) studierte von 1928 bis 1931 an der Berliner Universität, wo die Vorlesungen von Issai Schur den größten Einfluss auf ihn hatten. 1931 ging Reichardt nach Marburg, um bei Hasse weiterzustudieren. 1934 promovierte er dort mit einer Arbeit über kubische Zahlkörper. Weiter befasste er sich mit Untersuchungen zum Umkehrproblem der Galoisschen Theorie. Er zeigte, dass für eine Primzahl $p > 2$ zu jeder endlichen p -Gruppe G über jedem Zahlkörper K von endlichem Grade über dem Körper der rationalen Zahlen eine normale Erweiterung L existiert, deren Galoissche Gruppe zu G isomorph ist. 1941 habilitierte sich Reichardt mit einer Arbeit über Diophantische Gleichungen. Er zeigte, dass für diese nicht immer das Hassesche Lokal-Global-Prinzip gilt. Insbesondere gibt er als Beispiel die Gleichung $2y^2 = x^4 - 17$ an, die für alle p -adischen Zahlkörper und in reellen Zahlen, aber nicht mit rationalen Zahlen lösbar ist.

Während des Zweiten Weltkriegs arbeitete Reichardt bei der Kriegsmarine und für Telefunken. 1946 wurde er als deutscher Spezialist in die Sowjetunion gebracht und hatte zusammen mit anderen deutschen Wissenschaftlern an Problemen der Raketentechnik zu arbeiten.²⁷ 1952 konnte er zurückkehren und wurde Professor an der Humboldt-Universität. Seine vorbildlichen Vorlesungszyklen über Algebra und Zahlentheorie sowie über Differentialgeometrie zogen eine große Anzahl von Studierenden an. In seiner Forschung wandte er sich nach dem Krieg der Differentialgeometrie zu und schrieb u. a. zwei Lehrbücher. Sein wichtigster Schüler in der Differentialgeometrie ist Rolf Sulanke, der sich auch an der Entwicklung der Geo-metrie in Moskau und Budapest orientierte.

Die Schüler der Gründungsprofessoren

Für die Gründungsprofessoren, außer Hasse und Schmid, gilt in noch stärkerem Maße als für die letztgenannten, dass sie durch den Krieg aus der mathematischen Grundlagenforschung ausscheiden mussten und nach 1945 nicht den Anschluss an die internationale zeitgenössische Mathematik fanden. Hieraus ergab sich, dass sie kaum Themen für Dissertationen an Studenten und Assistenten vergeben konnten. Diese orientierten sich im sozialistischen

²⁷ Zu den deutschen Raketenspezialisten in der Sowjetunion vgl. die Erinnerungen von Werner Albring, zu DDR-Zeiten wurde über diese Arbeiten höchstens im kleinen Kreis berichtet: Albring, Werner, Gorodomilia. Deutsche Raketenforscher in Rußland, Hamburg u. a. 1991.

Ausland, wobei Moskau und Leningrad besonders wichtig waren. Aber auch die Mathematik in Polen, Rumänien und Ungarn spielte eine Rolle. Da es verhältnismäßig wenig Mathematikprofessoren an der Humboldt-Universität gab, kamen auf diese eine größere Anzahl von Dissertationen und Habilitationen zu. Die Zeit von der Abgabe der Arbeit bis zu deren Beurteilung dauerte aus den angegebenen Gründen oft länger als ein Jahr.

1959 wurde das Institut für Reine Mathematik der DAW gegründet. Die Professoren Grell, Reichardt und Schröter wurden Direktoren an diesem Institut und gründeten Arbeitsgruppen für Algebra, Zahlentheorie und Mathematische Logik. Die Mitarbeiter dieser Arbeitsgruppen wirkten auch im Rahmen von Vorlesungen und Seminaren an der Humboldt-Universität.

Klaus Matthes (1931–1998) studierte an der Berliner Universität von 1948 bis 1954. Er orientierte sich zunächst an der Analysis und ist insofern als Schüler von Schröder zu bezeichnen. Er leitete bereits als Student und danach als Assistent ein Seminar über Funktionalanalysis, das 1954 die modernste Mathematik an der Humboldt-Universität bot. In den fünfziger Jahren hielt Boris V. Gnedenko (1912–1995) als sowjetischer Gastprofessor an der Universität u. a. Vorlesungen über Wahrscheinlichkeitstheorie. Dies war die Grundlage für die Forschungen auf diesem Gebiet in Berlin, die vor allem von Matthes und seinen Schülern betrieben wurden und hauptsächlich die Theorie der Punktprozesse betrafen. Diese Theorie ging aus den Bedürfnissen der Anwendungen hervor, z. B. der Rauscherscheinungen in Elektronenröhren. Matthes wurde 1963 Professor an der Universität Jena.

Lothar Budach (1935–2007) wurde 1969 ordentlicher Professor an der Humboldt-Universität. Er schied 1986 aus dieser Funktion aus und übernahm die Leitung des Forschungsbereichs Mathematik und Informatik an der Akademie der Wissenschaften der DDR. Von 1977 bis 1990 war er außerdem Sekretär der Klasse Mathematik der Akademie. Neben der Kommutativen Algebra arbeitete er in der Automatentheorie. 1975 gelang ihm die Lösung des Labyrinthproblems, das 1951 von Claude Elwood Shannon gestellt worden war.

Zum Kreis der Mathematiker um Grell ist auch Herbert Kurke zu zählen. Nach seinem Studium an der Humboldt-Universität arbeitete er von 1964 bis 1972 in der Forschungsgruppe Algebra des Mathematischen Instituts der Akademie der Wissenschaften der DDR. 1972 wurde Kurke ordentlicher Professor an der Humboldt-Universität. Sein Arbeitsgebiet war zunächst die Theorie der Henselschen Ringe, einer Verallgemeinerung der Ringe der ganzen Elemente von p -adischen Zahlkörpern, die in der modernen Algebraischen Geometrie als Lokalisierung wichtig ist. Ein Teil seiner Ergebnisse, die er zusammen mit Gerhard Pfister und Marco Roczen gefunden hat, wurde in der Monographie *Henselsche Ringe und Algebraische Geometrie* 1974 publiziert. Zusammen mit Thomas Friedrich bewies er 1982

den Klassifikationssatz, dass ein kompakter 4-dimensionaler Einstein-Raum positiver Skalarkrümmung entweder die Sphäre oder die komplex-projektive Ebene ist. Eine wichtige Rolle spielen schließlich auch seine Untersuchungen zur Klassifikation der Vektorbündel auf Algebraischen Mannigfaltigkeiten.

Rolf Sulanke habilitierte sich 1964 und wurde 1966 Dozent an der Humboldt-Universität. Er wurde erst 1975 zum Professor berufen. Ein Grund für die Verzögerung war sein Ausschluss aus der SED im Jahre 1956, nachdem er den Einmarsch der sowjetischen Truppen in Budapest erlebt und sich kritisch dazu geäußert hatte. Sulanke arbeitete mit dem ungarischen Mathematiker Alfred Rényi zusammen über eine interessante Kombination von Geometrie und Wahrscheinlichkeit. Geometrische Wahrscheinlichkeiten spielen u. a. in Anwendungen in Physik, Biometrie und Geologie eine wichtige Rolle. Sulanke arbeitete auch mit dem Moskauer Mathematiker Arkadij L. Onischtschik zusammen, gemeinsam publizierten sie die Monographie *Algebra und Geometrie*.

Die weitere Entwicklung der Mathematik bis 1990

Im Laufe der siebziger Jahre gewannen Fragen der Analysis und der Angewandten Mathematik im Forschungsprofil der Mathematik an der Humboldt-Universität eine wachsende Bedeutung. Dabei wurde auch die internationale Zusammenarbeit, insbesondere mit den Staaten in Osteuropa, verstärkt.

Wir erwähnen zunächst Arno Langenbach. Er studierte von 1948 bis 1952 Mechanik an der Universität Leningrad und promovierte dort 1955 mit einer Arbeit über elastisch-plastische Torsion von Stäben. Diese Dissertation wurde von dem bekannten Mathematiker Solomon G. Michlin betreut. Danach war er Assistent bei Kurt Schröder an der Humboldt-Universität.

1962 wurde er Dozent und 1965 Professor für Angewandte Analysis an dieser Universität.

Seine wichtigsten Forschungsergebnisse betreffen die Nichtlineare Funktionalanalysis.

Olaf Bunke studierte von 1954 bis 1959 Mathematik an der Humboldt-Universität und promovierte hier. Er ist Schüler von Klaus Matthes und Erna Weber (1897–1988), die von 1958 bis 1967 an der Humboldt-Universität als Professorin für Angewandte Statistik, insbesondere auf dem Gebiet der Biologie und Medizin, wirkte. Bunke habilitierte sich in Jena und kam 1967 als Nachfolger von Erna Weber an die Humboldt-Universität zurück.

Bunke begründete die Theoretische Statistik an der Humboldt-Universität. Seine wichtigsten Arbeiten betreffen die Statistische Entscheidungstheorie und die Modellbildung in der

Statistik. Bunke förderte aber auch die Angewandte Statistik. So hielt er Vorlesungen für Nichtmathematiker, insbesondere Mediziner, und gründete das Konsultationszentrum Statistik an der Humboldt-Universität.

Roswitha März studierte von 1960 bis 1965 Mathematik an der Universität Leningrad. Anschließend ging sie nach Karl-Marx-Stadt (Chemnitz), wo sie promovierte. 1980 wurde sie ordentliche Professorin für Numerische Mathematik an der Humboldt-Universität. Die Numerische Mathematik untersucht die Lösungen von Gleichungssystemen im Allgemeinen für Anwendungen in den verschiedensten Gebieten.

Uwe Kühler studierte von 1963 bis 1968 Mathematik an der Technischen Universität Dresden. Von 1970 bis 1971 absolvierte er ein Zusatzstudium im Fach Wahrscheinlichkeitstheorie an der Universität Moskau. 1978 habilitierte er sich an der Technischen Universität Dresden. Seit 1982 ist er Professor an der Humboldt-Universität. Er leistete wichtige Beiträge zur Angewandten Wahrscheinlichkeitstheorie in den Wirtschaftswissenschaften und in der Medizin.

Thomas Friedrich studierte von 1968 bis 1973 in Wroclaw (Polen). Seit 1973 arbeitet er an der Humboldt-Universität. Die Promotion bzw. die Habilitation (Promotion B genannt) erlangte er 1974 bzw. 1979. Er wurde 1980 Dozent für Geometrie und ist seit 1987 ordentlicher Professor. Seine wichtigsten Forschungsergebnisse betreffen die Spektraltheorie von Dirac-Operatoren und ihre Beziehung zur Geometrie der unterliegenden Räume. Des Weiteren untersuchte er spinorielle Feldgleichungen der Theoretischen Physik. Wie bereits erwähnt, bewies er 1982 zusammen mit Kurke den Klassifikationssatz über kompakte 4-dimensionale Einstein-Räume positiver Skalarkrümmung.

Jürgen Leiterer studierte von 1964 bis 1968 Mathematik in Jena und Berlin und setzte das Studium von 1968 bis 1972 bei dem bekannten Mathematiker Israel Gohberg in Kishinev (Moldavien, Sowjetunion) fort. Danach arbeitete er im Institut für Mathematik der Akademie der Wissenschaften der DDR. 1989 wurde er Professor für Komplexe Analysis an der Humboldt-Universität.

Die Mathematische Optimierung an der Humboldt-Universität wurde durch die langjährige Gastprofessur (1967–1986) von František Nožička von der Karls-Universität Prag begründet. Zum Kreis seiner Schüler gehört Jürgen Guddat, der 1977 zum ordentlichen Professor an der Humboldt-Universität ernannt wurde. Im Mittelpunkt seiner Untersuchungen standen Fragen zu einparametrischen Optimierungsproblemen. Aus der durch Nožička gegründeten Schule ging auch Bernd Bank hervor, der in den neunziger Jahren zum Ersten Vizepräsidenten der Humboldt-Universität gewählt wurde. Der Ausbau der Mathematischen Optimierung in der

DDR wurde durch den politischen Optimismus in den sechziger und siebziger Jahren begünstigt, dass man mit Hilfe der Operationsforschung die Probleme der sozialistischen Ökonomie lösen könnte.

Abschließend seien zwei Schicksale aus der Vorwendezeit, Konrad Gröger und Eberhard Kirchberg, erwähnt, welche nach der Wiedervereinigung rehabilitiert wurden. Konrad Gröger studierte von 1953 bis 1958 Mathematik an der Humboldt-Universität zu Berlin und war anschließend bis 1960 Aspirant am Institut für Angewandte Mathematik der Deutschen Akademie der Wissenschaften. Zusammen mit einem Kommilitonen setzte er ein Zeichen des Widerstandes gegen die DDR. Sie schrieben Flugblätter, um gegen negative Tendenzen des DDR-Regimes zu protestieren, und verteilten diese 1957/58 in der Humboldt-Universität. Erst eineinhalb Jahre später wurde das von den DDR-Organen entdeckt. Gröger wurde zu acht Jahren Haft verurteilt, aber nach fünf Jahren vorzeitig freigelassen. Es gelang ihm nach der Entlassung wieder in der Wissenschaft zu arbeiten, zunächst im Institut für Physikalische Chemie und ab 1970 im Mathematischen Institut der Akademie der Wissenschaften der DDR. Gröger lieferte wichtige Beiträge zur Angewandten Analysis, es seien insbesondere seine Ergebnisse zu Reaktionsprozessen elektrisch geladener Teilchen hervorgehoben. 1993 wurde er C4-Professor an der Humboldt-Universität, später Dekan der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät II und Erster Vizepräsident der Humboldt-Universität.

Eberhard Kirchberg war bis 1981 Mitarbeiter des Mathematischen Instituts der Akademie der Wissenschaften der DDR. In diesem Jahr wurde er aus politischen Gründen in Zusammenhang mit der sogenannten Wahl zur Volkskammer der DDR aus dem Institut fristlos entlassen. Danach lebte er privat u. a. vom Verkauf seines PKWs. Nachdem seine finanziellen Hilfsmittel 1986 erschöpft waren, nahm er eine Stellung in der Computerabteilung eines Betriebes an. Erst zu diesem Zeitpunkt entschloss er sich, nach Westdeutschland auszureisen. Dies wurde möglich, nachdem er wegen politischer Aktivitäten ins Gefängnis gekommen war. Eberhard Kirchberg ist ein Vertreter der Funktionalanalysis und der Nicht-Kommutativen Geometrie. Von besonderer Wichtigkeit sind seine Untersuchungen über C^* -Algebren. Nach einer Übergangszeit wurde er Assistent an der Universität Heidelberg und habilitierte sich dort mit den Ergebnissen, die er im Wesentlichen in der Zeit von 1981 bis 1986 erzielt hatte. 1992 wurde er auf Grund seiner international stark beachteten Ergebnisse zum C3-Professor an die Humboldt-Universität berufen.

Die Zeit nach der Wiedervereinigung Deutschlands

Die Neugründung des Instituts für Mathematik

Nach der Wiedervereinigung wurde das Institut für Mathematik der Humboldt-Universität wie alle anderen Universitätsinstitute der DDR neu gegründet. Alle bisherigen wissenschaftlichen Mitarbeiter verloren ihre Stellen, konnten sich aber auf die neu entstehenden Positionen bewerben. Im November 1991 wurde die Struktur- und Berufungskommission (SBK) gegründet, die bis März 1994 arbeitete. Die SBK modifizierte die vorgefundene Struktur behutsam, um den entlassenen Wissenschaftlern die Chance zur Neubewerbung zu lassen. Um die reiche Ausstattung mit erfahrenen wissenschaftlichen Mitarbeitern für Lehraufgaben nutzen zu können, wurde ein Stellenteilungsmodell eingeführt und gegen erhebliche Widerstände durchgesetzt; ebenso gelang es, die mathematische Spezialschule in modifizierter Form fortzusetzen. Die SBK legte dreizehn Lehrstühle fest, die – mit Ausnahme des Lehrstuhls für Mathematische Physik, dessen Besetzung sich zu lange hinzog, so dass er einer Kürzungsrunde 1998 zum Opfer fiel – jeweils mit einem C4-Professor besetzt wurden. Zusätzlich gab es an den Lehrstühlen im Allgemeinen noch eine C3-Professur. Die Einteilung der Mathematik in entsprechende Gebiete entsprach im Wesentlichen dem allgemeinen Standard, der auch in der DDR gültig gewesen war. Eine weitere C4-S-Professur erhielt der Direktor des *Weierstraß-Instituts für Angewandte Analysis und Stochastik* (WIAS). Es war 1992 in der Nachfolge des Mathematischen Instituts der Akademie der Wissenschaften der DDR als Leibniz-Institut gegründet worden; es wurde wie alle Akademie-Institute nach Artikel 38 des Einigungsvertrages zum 31.12.1991 geschlossen. Auf Initiative und in der Verantwortung der Max-Planck-Gesellschaft wurden auf dem Gebiet der DDR insgesamt 27 Arbeitsgruppen mit dem Ziel gebildet, einen Teil des Forschungspotentials der Akademie der Wissenschaften der DDR direkt zu erhalten. Die Forschungsgruppe *Algebraische Geometrie und Zahlentheorie* des Mathematischen Instituts der Akademie der Wissenschaften der DDR war eine dieser jeweils für fünf Jahre befristeten Max-Planck-Arbeitsgruppen. Sie wurde an das Institut für Mathematik der Humboldt-Universität angeschlossen und der Leiter wurde C4-Professor, finanziert wie die Arbeitsgruppe durch die Max-Planck-Gesellschaft. Als Ergebnis der Arbeit der SBK wurden 15 frühere Professoren des Mathematischen Instituts wieder berufen. Hinzu kamen elf auswärtige Berufungen, vier davon aus dem Mathematischen Institut der Akademie der Wissenschaften der DDR. Da auch ein größerer

Teil der früheren Dozenten, Oberassistenten und Assistenten eine Position in dem neuen Institut erhielten, waren die kontinuierliche Arbeit und die Ausbildung der Studierenden gegeben. Nur einer der prägenden Professoren des früheren Instituts, Gerhard Pfister, verlor seine Professur. Sie wurde dem früheren Mitarbeiter des Akademie-Instituts, Ernst-Wilhelm Zink, zugesprochen. Pfister erhielt eine Berufung an die Universität Kaiserslautern. Als Ergebnis entstand ein neues Institut durch Berufung erstklassiger Vertreter ihres Faches sowohl aus der früheren DDR als auch aus Westdeutschland und dem Ausland.

Das Institut für Mathematik in der Gegenwart

Seit 1994 musste das Institut (wie andere Teile der Universität) mehrere, erhebliche Sparmaßnahmen verkraften, im Zuge derer die Anzahl der Professuren von ursprünglich 26 auf 17 Stellen reduziert wurde (1994: Reduktion von 26 auf 24 Professuren; 1998: Reduktion von 24 auf 20 Professuren; 2004: Reduktion von 20 auf 17 Professuren). Das Institut war an großen Drittmittelprojekten maßgeblich beteiligt: an den Sonderforschungsbereichen *Differential Geometry and Quantum Physics* (SFB 288, 1992–2003, gemeinsam mit der Technischen Universität Berlin) und *Quantifikation und Simulation ökonomischer Prozesse* (SFB 373, 1994–2002, gemeinsam mit der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der Humboldt-Universität) sowie dem Graduiertenkolleg (GRK) *Geometrie und Nichtlineare Analysis* (GRK 46, 1993–2002).

Im Jahr 2000 erfolgte der Umzug des Institutes nach Adlershof. Das Institut betrachtete diesen Umzug als Herausforderung, am neuen Standort an die vorhergehenden Erfolge anzuknüpfen zu versuchen. Im Rückblick darf gesagt werden, dass dies dem Institut gelungen ist. Die dazu verfolgte Strategie basierte im Wesentlichen auf den beiden folgenden Säulen: (a) Neue Drittmittelprojekte mussten beantragt und eingeworben werden, (b) die stark reduzierte Zahl der Professorenstellen musste kompensiert werden.

(a) An erster Stelle beim Einwerben neuer Drittmittelprojekte steht sicherlich das DFG-Forschungszentrum *Mathematik für Schlüsseltechnologien – MATHEON –*, das die Mathematik der Humboldt-Universität gemeinsam mit der Technischen Universität Berlin und der Freien Universität Berlin sowie den beiden außeruniversitären Einrichtungen, dem Weierstraß-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik und dem Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin (ZIB), im Jahr 2002 für Berlin gewinnen konnte. Ein weiteres Großprojekt, das die Mathematik der Humboldt-Universität zu Beginn des Jahres 2005 als Sprecher-Universität einwerben konnte, ist der SFB 647 *Raum, Zeit, Materie*. Dazu kam im

selben Jahr die Beteiligung des Instituts am SFB 649 *Ökonomisches Risiko*. Bei der Einwerbung von Graduiertenkollegs war das Institut ebenfalls erfolgreich: Im Jahr 2004 wurde das Internationale GRK 870 *Arithmetic and Geometry* und ein Jahr später das GRK 1128 *Analysis, Numerics, and Optimization of Multiphase Problems* etabliert, dazu kam 2006 die Beteiligung am Internationalen GRK 1339 *Stochastic Models of Complex Processes*. Der letzte Höhepunkt im Drittmittelerwerb war die Etablierung der *Berlin Mathematical School* (BMS), einer Berliner Mathematik-Graduiertenschule, die die Humboldt-Universität gemeinsam mit der Freien Universität Berlin und der Technischen Universität Berlin im Rahmen der Exzellenzinitiative von Bund und Ländern einwerben konnte.

(b) Zur Verbesserung der professoralen Stellenstruktur hat das Institut als erstes im Jahr 2002 drei Juniorprofessorienstellen ausgeschrieben und kurz danach besetzt. Ebenfalls im Rahmen der Förderung des wissenschaftlichen Nachwuchses warb das Institut die Nachwuchsgruppe *Spezielle Geometrien in der Mathematischen Physik* von der VolkswagenStiftung ein. Durch das DFG-Forschungszentrum MATHEON sind am Institut in Ergänzung der beiden MATHEON-Forschungsprofessuren weiter jeweils eine Nachwuchsgruppe im Bereich der *Angewandten Analysis* bzw. der *Numerischen Mathematik* eingerichtet worden. Im Rahmen einer Initiative zur Frauenförderung gelang es dem Institut im Jahr 2003 über das *Harnack-Professorinnen-Programm* eine vorgezogene Berufung durch eine hervorragende Kandidatin zu realisieren. Eine weitere vorgezogene Berufung gelang dem Institut im Jahr 2007 im Rahmen des von der DFG geförderten *Heisenberg-Professoren-Programms*, mit Hilfe dessen der erste Heisenberg-Professor im Fach Mathematik in Deutschland an die Humboldt-Universität berufen werden konnte. Die letzte vorgezogene Berufung ließ sich im Bereich der Finanzmathematik dank der Unterstützung durch die Deutsche Bank verwirklichen: Zusammen mit der Humboldt-Universität und der Technischen Universität hat diese das *Quantitative Products Laboratory* (QPLab) ins Leben gerufen, an dem sowohl die Humboldt-Universität als auch die Technische Universität mit jeweils einer Stiftungsprofessur partizipieren. Zum Abschluss seien schließlich die drei S-Professuren im Bereich der *Angewandten Statistik* und der *Angewandten Analysis* erwähnt, die durch das WIAS finanziert werden und für das Institut von großer Bedeutung sind. Die aktuellste Initiative ist die Einrichtung der Brückenprofessur *Mathematische Physik* gemeinsam mit dem Institut für Physik zur Verstärkung des SFB 647. Die gegenwärtigen Forschungsschwerpunkte des Instituts und ihre Fachvertreter der Erstberufungen nach 1990 sind:

Mathematische Logik	Ronald Jensen	1994
	Andreas Baudisch	1996
Algebra und Zahlentheorie	Helmut Koch	1992
	Ernst-Wilhelm Zink	1993
Algebraische Geometrie	Rolf-Peter Holzapfel	1993
	Herbert Kurke	1992
Differentialgeometrie und Globale Analysis	Rolf Sulanke	1992
	Helga Baum	1993
	Thomas Friedrich	1992
Komplexe Analysis	Eberhard Kirchberg	1993
	Jürgen Leiterer	1993
Mathematische Physik	Stelle gekürzt	
Angewandte Analysis	Konrad Gröger	1992
	Joachim Naumann	1993
	Jürgen Sprekels	1993
Analysis	Jochen Brüning	1995
	Frank Duzaar	1995
Numerische Mathematik	Roswitha März	1992
	Werner Römisch	1993
Optimierung	Bernd Bank	1993
	Jürgen Guddat	1992
	Bernd Kummer	1993
Wahrscheinlichkeitstheorie	Hans Föllmer	1994
	Uwe Küchler	1992
	Andreas Greven	1993
Mathematische Statistik	Olaf Bunke	1992
	Enno Mammen	1992
Mathematik und Didaktik	Jürg Kramer	1994
	Wolfgang Schulz	1993