

Didaktik der Analysis und der Analytischen Geometrie/ Linearen Algebra

## Aufgaben zur Vorbereitung auf die Übungen

### Teil 1: Reelle Zahlen

(Übungen am 28.04. und 03.05.)

#### Irrationalität von Wurzeln

1. Zeigen Sie: Es gibt keine rationale Zahl  $x$  mit a)  $x^2 = 2$  b)  $x^2 = 6$ .

#### Heron-Verfahren

Mit dem Heron-Verfahren lassen sich Quadratwurzeln näherungsweise bestimmen. Um Näherungslösungen von  $\sqrt{A}$  zu finden, setzt man z. B.  $x_0 = 1$  und  $y_0 = \frac{A}{1} = A^1$  und berechnet mithilfe der folgenden Rekursionsformeln schrittweise „bessere“ Näherungswerte für  $\sqrt{A}$ :

$$x_{n+1} = \frac{x_n + y_n}{2} \quad y_{n+1} = \frac{A}{x_{n+1}} \quad (n = 0; 1; \dots)$$

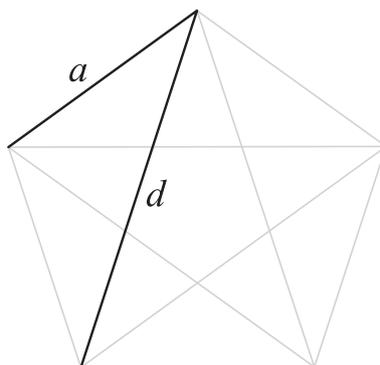
2. Interpretieren Sie das Heron-Verfahren geometrisch.
3. Führen Sie drei Schritte zur Berechnung von  $\sqrt{2}$  durch. Vergleichen Sie die Geschwindigkeit, mit der sich das Heron-Verfahren der Lösung nähert, mit derjenigen bei der Intervallschachtelung.

#### Geometrisches Konstruieren von „Wurzeln“

4. Erläutern Sie Möglichkeiten, wie man Strecken mit den Längenmaßen  $\sqrt{6}$  und  $3\sqrt{5}$  konstruieren kann.

#### Irrationale Streckenverhältnisse

5. Eine Gesamtstrecke  $g$  setzt sich aus einer kürzeren Teilstrecke  $k$  und einer längeren Teilstrecke  $l$  zusammen ( $g = l + k$ ), wobei das Längenverhältnis  $v$  zwischen der Gesamtstrecke und der längeren Teilstrecke gleich dem Längenverhältnis zwischen der längeren und der kürzeren Teilstrecke ist:  $v = \frac{g}{l} = \frac{l}{k}$ . Bestimmen Sie dieses Längenverhältnis  $v$ .
6. Ein Blatt Papier in einem DIN-Format erfüllt die folgende Bedingung: Wird das Blatt parallel zu seiner kürzeren Seite  $b$  in der Mitte durchgeschnitten, so stehen die Seitenlängen der dadurch entstehenden kleineren Blätter in demselben Verhältnis wie die Seitenlängen  $a$  und  $b$  des ursprünglichen Blattes Papier. Zeigen Sie, dass durch diese Bedingung das Verhältnis  $\frac{a}{b}$  eindeutig festgelegt ist und bestimmen Sie dieses Verhältnis.
7. Zeigen Sie, dass Diagonalen- und Seitenlänge im regelmäßigen Fünfeck in dem in Aufgabe 5 ermittelten Verhältnis zueinander stehen.



<sup>1</sup>Man kann auch mit anderen Anfangswerten  $x_0, y_0$  starten, wobei  $x_0 \cdot y_0 = A$  also  $y_0 = \frac{A}{x_0}$  sein muss.