

Didaktik der Analysis und der Analytischen Geometrie/ Linearen Algebra

Aufgaben zur Vorbereitung auf die Übungen

Teil 1: Reelle Zahlen

(Übungen am 28.04. und 03.05.)

Irrationalität von Wurzeln

1. Zeigen Sie: Es gibt keine rationale Zahl x mit a) $x^2 = 2$ b) $x^2 = 6$.

Heron-Verfahren

Mit dem Heron-Verfahren lassen sich Quadratwurzeln näherungsweise bestimmen. Um Näherungslösungen von \sqrt{A} zu finden, setzt man z. B. $x_0 = 1$ und $y_0 = \frac{A}{1} = A^1$ und berechnet mithilfe der folgenden Rekursionsformeln schrittweise „bessere“ Näherungswerte für \sqrt{A} :

$$x_{n+1} = \frac{x_n + y_n}{2} \quad y_{n+1} = \frac{A}{x_{n+1}} \quad (n = 0; 1; \dots)$$

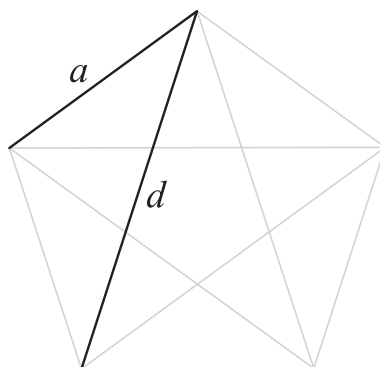
2. Interpretieren Sie das Heron-Verfahren geometrisch.
3. Führen Sie drei Schritte zur Berechnung von $\sqrt{2}$ durch. Vergleichen Sie die Geschwindigkeit, mit der sich das Heron-Verfahren der Lösung nähert, mit derjenigen bei der Intervallschachtelung.

Geometrisches Konstruieren von „Wurzeln“

4. Erläutern Sie Möglichkeiten, wie man Strecken mit den Längenmaßen $\sqrt{6}$ und $3\sqrt{5}$ konstruieren kann.

Irrationale Streckenverhältnisse

5. Eine Gesamtstrecke g setzt sich aus einer kürzeren Teilstrecke k und einer längeren Teilstrecke l zusammen ($g = l + k$), wobei das Längenverhältnis v zwischen der Gesamtstrecke und der längeren Teilstrecke gleich dem Längenverhältnis zwischen der längeren und der kürzeren Teilstrecke ist: $v = \frac{g}{l} = \frac{l}{k}$. Bestimmen Sie dieses Längenverhältnis v .
6. Ein Blatt Papier in einem DIN-Format erfüllt die folgende Bedingung: Wird das Blatt parallel zu seiner kürzeren Seite b in der Mitte durchgeschnitten, so stehen die Seitenlängen der dadurch entstehenden kleineren Blätter in demselben Verhältnis wie die Seitenlängen a und b des ursprünglichen Blattes Papier. Zeigen Sie, dass durch diese Bedingung das Verhältnis $\frac{a}{b}$ eindeutig festgelegt ist und bestimmen Sie dieses Verhältnis.
7. Zeigen Sie, dass Diagonalen- und Seitenlänge im regelmäßigen Fünfeck in dem in Aufgabe 5 ermittelten Verhältnis zueinander stehen.



¹Man kann auch mit anderen Anfangswerten x_0, y_0 starten, wobei $x_0 \cdot y_0 = A$ also $y_0 = \frac{A}{x_0}$ sein muss.