

Aufgaben zum arithmetischen Mittel

1. Einführung des Begriffs: Fachsprache und Begriffsbildung

Ausgaben für Klassenfeier:

Urliste, Strichliste, Rangwertliste

Häufigkeitstabelle:

Ausgaben für Klassenfeier in €	0,00	5,50	10,50	15,00	20,00
absolute Häufigkeit	14	2	2	5	2
relative Häufigkeit	$\frac{14}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{5}{25}$	$\frac{2}{25}$

Definition: $\bar{x} = \frac{\text{Summe aller Werte}}{\text{Anzahl aller Werte}}$ (Quotient aus der Summe aller Datenwerte und ihrer Gesamtzahl)

Bedeutung:

Das arithmetische Mittel beschreibt hier diejenige Summe, die jeder Schüler zahlen müsste, wenn es eine Gleichverteilung der Kosten auf alle Schüler gäbe.

2. Aufgaben zur Sicherung:

*Das ist die Rangwertliste der Körpergröße in cm einiger Jungs aus einer 6. Klasse:
130; 134; 135; 138; 139; 139; 140; 140; 140; 144; 145; 148; 152*

Bestimme das arithmetische Mittel der Körpergrößen der Jungs.

**Merkmal:
Körpergröße**

Ich bin der
Median

Rangwertliste in cm

136 137 137 137 139 140 142 142 143 144 144 150 152

Arithmetisches Mittel

$$(136+137+137+137+139+140+142+142+143+144+144+150+152) : 13 = 141,8$$

3. Aufgaben zur Vertiefung:

a) Abgrenzung zum Zentralwert (Median).
Veranschaulichung des arithmetischen Mittels?

(Abgrenzung zum umgangssprachlichen Begriff „Durchschnitt“)

b) Empfindlichkeit des arithmetischen Mittels gegenüber „Ausreißern“

- *Vergleiche das arithmetischen Mittel und den Zentralwert der folgenden Datenreihen des Einkommens von 8 Testpersonen:
1.250 €, 1.400 €, 2.230 €, 3.210 €, 1.380 €, 1.860 €, 9.400 €, 2.480 €*
- *Gibt es einen Ausreißer?*
- *Berechne das arithmetischen Mittel ohne den Ausreißer. Ist dieser Mittelwert noch aussagekräftig?*

Hierzu auch:

- *Spannweite einer Datenreihen*
- *größte Abweichung vom arithmetischen Mittel nach oben oder nach unten*

b) Inverse Aufgabe:

Lehrer N. hat die Häufigkeitsverteilung der letzten Klassenarbeit verbummelt. Aus dem Gedächtnis kommt er noch auf folgende Werte:

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	1	5	6	6		

Er weiß, dass in der Klasse 20 Schüler sind und dass er ein arithmetisches Mittel von der Note 3,2 ausgerechnet hatte.

*Beschreibe, wie du ihm helfen kannst, die restlichen Noten zu rekonstruieren.
oder:*

Stelle eine andere Häufigkeitsverteilung für eine Klassenarbeit dar, die ebenfalls mit der „Durchschnittsnote“ 3,2 ausgefallen ist.

c) Fehlersuche

d) Verknüpfung mit weiteren Kompetenzen:

*Berechnung des arithmetischen Mittels nach
Vorgabe eines Stab-, Säulen- oder Balken- oder Blockdiagramms
Vergleich mit eingezeichnetem Mittelwert*

4. Gemischte Übungsaufgaben zur Festigung



Aufgabe 1: Harry Potters Filmkritik

25 Schüler und Schülerinnen der Klasse 9 sollten die ersten beiden Harry-Potter-Filme mit ausgezeichnet (a), sehr gut (sg), gut (g), mittelprächtigt (m), schlecht (s) und sehr schlecht (ss) bewerten. Dabei sind die folgenden Urteile entstanden:

„Harry Potter und der Stein der Weisen“:

a, ss, s, s, s, a, a, sg, g, m, sg, g, a, a, g, g, m, sg, a, g, a, a, g, s, a

„Harry Potter und die Kammer des Schreckens“:

m, s, g, a, a, a, sg, g, a, g, m, m, g, g, sg, s, a, a, a, g, a, a, g, g, a

Welcher der beiden Filme hat den Schülerinnen und Schülern besser gefallen?

5. Testaufgaben

Welche Begriffe sollen in der 5./6. Klasse eingeführt / reaktiviert werden?

- statistische Erhebung
- Umfang
- Merkmal, Merkmalsausprägung
- quantitativ, qualitativ
- Urliste, Rangliste (geordnete Liste), Häufigkeitstabelle
- relative, absolute Häufigkeit
- Median (Zentralwert)

Voraussetzungen:

- Rechnen mit positiven gebrochenen Zahlen
- Runden von Dezimalzahlen
- Umrechnen von Einheiten
- Interpretation von Häufigkeitstabellen und Diagrammen

Kompetenzen:

- Daten aufbereiten, darstellen und sachgerecht interpretieren
- Methoden zur Datenerfassung auswählen und kritisch reflektieren

Merkmal:
Körpergröße

Ich bin das
untere
Quartil

Ich bin der
Median

Ich bin das
obere
Quartil

Rangwertliste in cm

130 134 135 138 139 139 140 140 140 144 145 148 152

$144 - 138 = 6$; das ist der Quartilsabstand

$152 - 130 = 22$; das ist die Spannweite

Aufgabe Klasse 9/10

1. Die unten stehende Liste zeigt die gerundeten Ergebnisse der Messung der Lufttemperatur jeweils zur Mittagszeit eines 1. Julis an 14 aufeinander folgenden Jahren an einem süddeutschen Ferienort:

23°, 25°, 23°, 17°, 18°, 27°, 33°, 20°, 22°, 22°, 17°, 22°, 26°, 27°

- a) Beschreibe die vorliegende Häufigkeitsverteilung. Mache dazu Angaben zu folgenden Werten:
- Spannweite
 - arithmetisches Mittel und Median
 - mittlere quadratische Abweichung vom Mittelwert und empirische Standardabweichung
- b) Fasse die Werte in vier Klassen zusammen und veranschauliche die relativen Häufigkeiten der drei Klassen in einem Histogramm.
- c) Beschreibe zunächst, wie der Mittelwert nach Klasseneinteilung ermittelt wird, und berechne ihn dann.
- d) Im Zuge einer Werbekampagne für Festwochen im Juli in diesem Ferienort wird ein Prospekt veröffentlicht mit der Überschrift: «In 80% der Fälle bis zu 33° Celsius!! Bei uns ist es im Juli immer heiß.»
- Beurteile diese Aussage unter Einbeziehung der Ergebnisse aus Aufgabe a) bis d).
- e) Füge jeweils zwei Werte so zur Datenreihe hinzu,
1. dass sich das arithmetische Mittel nicht verändert.
 2. dass sich der Median nicht verändert.
- Beschreibe in beiden Fällen, wie stets solche Werte gefunden werden können.

Lösung

1 a) Rangwerteliste: Temperaturen in Grad Celsius: 17 17 18 20 22 22 22 | 23 23 25 26 27 27 33

Häufigkeitsverteilung:

Temperatur in °C	17	18	20	22	23	25	26	27	33
absolute Häufigkeit	2	1	1	3	2	1	1	2	1

Die Temperatur schwankt zwischen 17° und 33° C, was einer Spannweite von $33^{\circ}-17^{\circ}=16^{\circ}$ entspricht.

Der Median liegt bei $22,5^{\circ}$, das arithmetische Mittel errechnet sich über $\frac{2 \cdot 17^{\circ} + 1 \cdot 18^{\circ} + \dots + 1 \cdot 33^{\circ}}{14} = 23^{\circ}$.

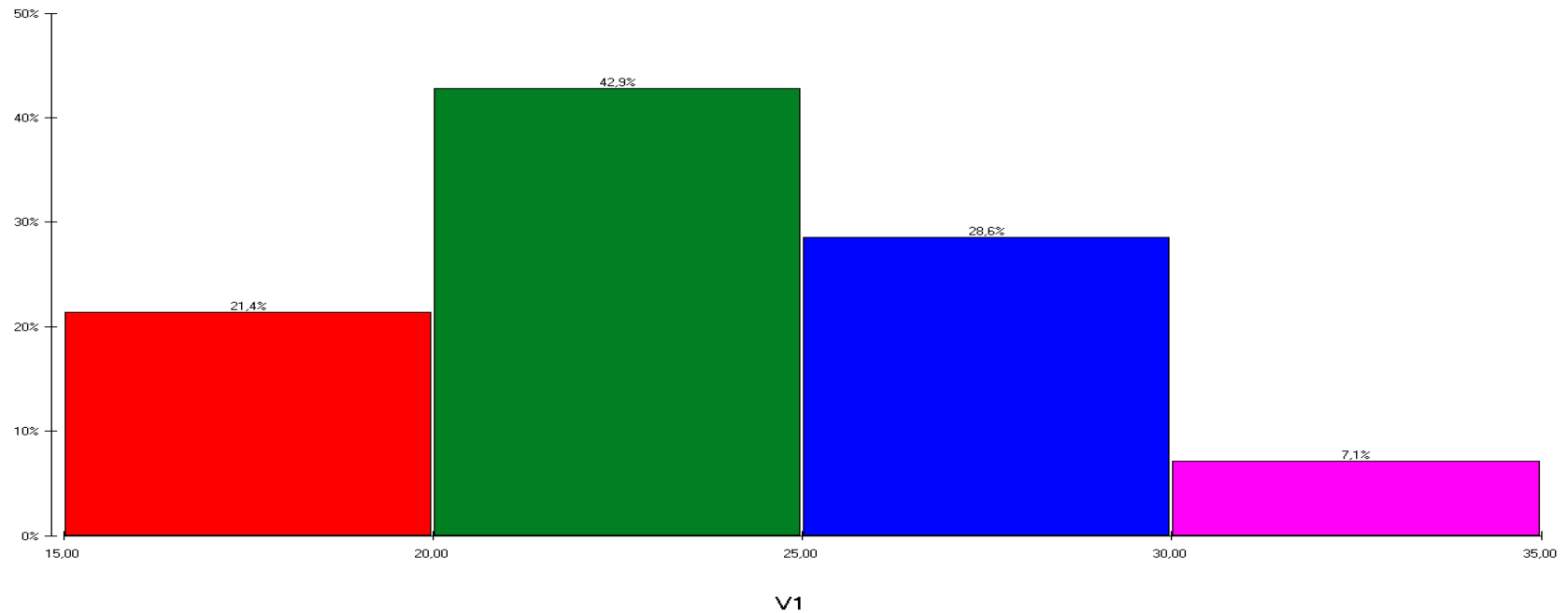
Die Standardabweichung wird über die Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung vom Mittelwert über

$$\sigma_{13} = \sqrt{V(x)} = \sqrt{\frac{2(17^{\circ}-23^{\circ})^2 + (18^{\circ}-23^{\circ})^2 + \dots + 2(27^{\circ}-23^{\circ})^2 + (33^{\circ}-23^{\circ})^2}{13}} \approx 4,42^{\circ} \text{ berechnet.}$$

Im Mittel haben die Temperaturen also einen Abstand von $4,42^{\circ}$ zum Mittelwert 23° .

b)

Temperatur in °C	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)
absolute Häufigkeit	3	6	4	1
relative Häufigkeit	21,43%	42,86%	28,57%	7,14%



c) Der Mittelwert wird nun über den Quotienten aus der Summe der Klassenmitten und der Anzahl der Werte ermittelt.

$$\text{Hier: } \bar{x}_p = \frac{3 \cdot 17,5^\circ + 6 \cdot 22,5^\circ + 4 \cdot 27,5^\circ + 32,5^\circ}{14} \approx 23,57^\circ$$

d)

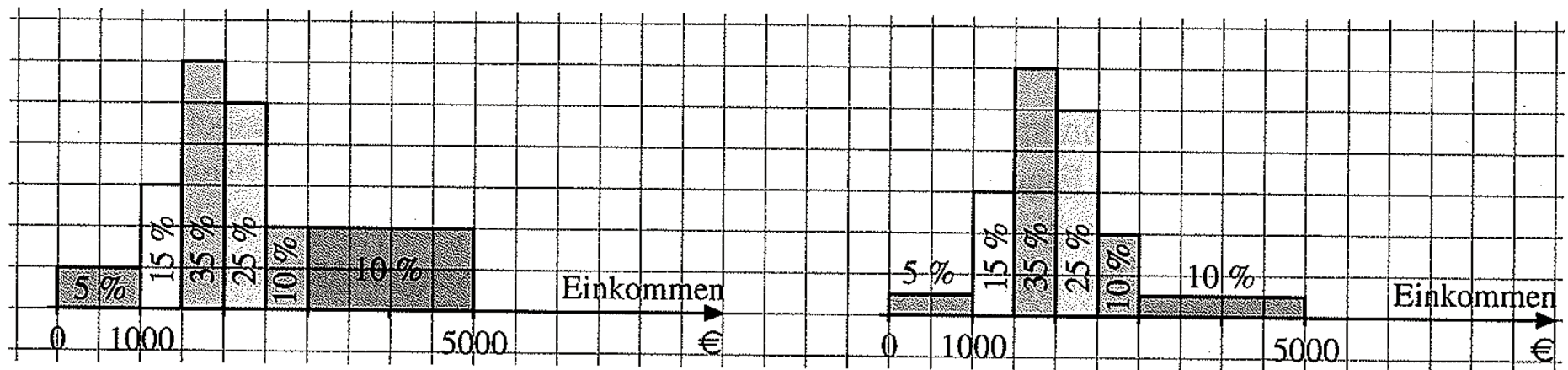
Die Ergebnisse aus Aufgabe a) bis c) lassen den Schluss zu, dass es im Durchschnitt in den letzten 14 Jahren angenehm warm war (Median $22,5^\circ$, arithmetisches Mittel 23°), die Temperaturen jedoch trotz der Sommerzeit recht großen Schwankungen unterliegen. Durchgängig «heiß» war es nicht. Die erfasste Stichprobe von 14 Jahren ist zu kurz um solch absolute Aussagen über Temperaturen, die «immer» herrschen, zu treffen.

Der Werbetext suggeriert eine Aufteilung in Klassen, wobei die untere Grenze der betrachteten Klasse «bis 33 Grad» nicht genannt wird, und dadurch jede relative Häufigkeit zugeordnet werden könnte.

Weitere Aufgaben Klasse 9/10

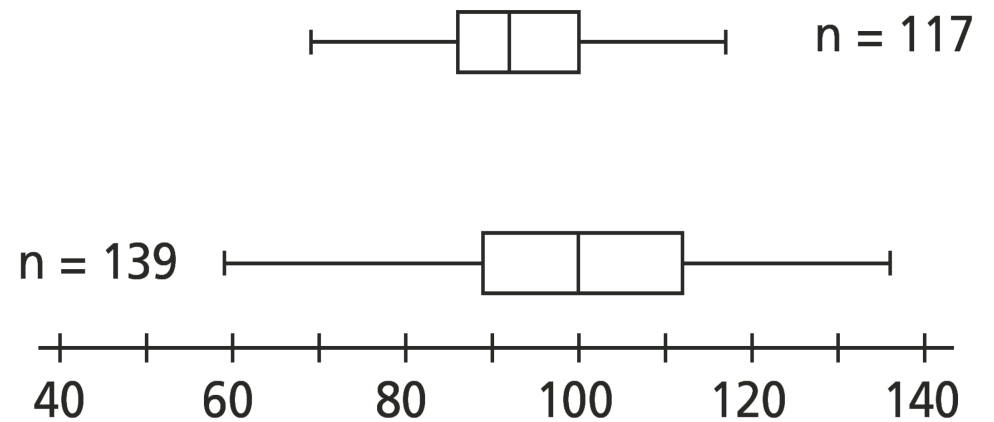
Weitere Aufgaben:

2. Für das Einkommen der Arbeitnehmer eines Betriebes wurden zwei verschiedene Diagramme angefertigt. Welches hältst Du für angemessen?



3. Die zwei neben stehenden Boxplots zeigen die Ergebnisse der IQ-Tests, an denen Schüler und Schülerinnen von zwei verschiedenen Gymnasien teilgenommen haben.

Interpretiere die Boxplots und bewerte die Leistungen der drei Schülergruppen.



2. Lena hat zum Spaß den Ausfall ihrer letzten Klassenarbeit für ihre Eltern als kumulierte Häufigkeitstabelle verschlüsselt. Ermittle aus dem neben stehenden Diagramm der **kumulierten Häufigkeiten** die **absoluten Häufigkeiten** der einzelnen erreichten Noten. Beschreibe deinen Rechenweg.

