

## Aufgaben zum Zirkel am 15.1.2015

### Zum Warmrechnen:

#### 1. Für Lückenrechner

Ergänze einen Summanden, so dass eine binomische Formel entsteht:

(a)  $100 - 2y$

(c)  $4a^2 + 16b^2$

(b)  $48y + 64x^2$

(d)  $4a^2 - 16b^2$

#### 2. Für geschickte Rechner

Berechne auf einfache Weise:  $15 \cdot 25 =$  ,  $25 \cdot 35 =$  ,  $35 \cdot 45 =$  , ...

Findest du eine allgemeine Regel?

#### 3. Für fixe Rechner

Berechne schnell:

(a)  $(7a - 8b)^2$

(d)  $(a + b)^2 + (a - b)^2 + 2(a + b)(a - b)$

(b)  $(25xy + 2z)^2$

(e)  $(a + b + c)^2$

(c)  $(11 - z)^2 + (11 + z)^2$

(f)  $(a + b + c + d)^2$

### Zum Weiterrechnen:

#### 1. A Useful Equation

(a) Prove the identity of the French mathematician Sophie Germain (1776–1831):

$$a^4 + 4b^4 = (a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab)$$

(b) Is  $9^2 + 50^2$  a prime number?

*(Part (a) helps to answer this without long calculations or using a calculator.)*

#### 2. Gleichungen die Zweite

Finde die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

(a)  $\frac{3x - 1}{4} + \frac{5 - 4x}{6} = \frac{x - 3}{2}$

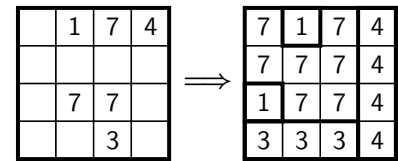
(b)  $\frac{x + 6}{2} - \frac{8x + 5}{6} = \frac{8 - x}{2} - \frac{x - 1}{3}$

(c)  $(2x - 1)^2 - (x + 2)(x - 2) = (3x + 1)(x - 1) + 2(3 - x)$

### 3. Fillomino

In jedes Feld soll eine Zahl geschrieben werden, so dass sich Gebiete mit gleichen Zahlen ergeben. Die Zahlen in einem Gebiet geben an, aus wie vielen Feldern das Gebiet besteht. Gebiete gleicher Größe dürfen sich waagrecht oder senkrecht nicht berühren. Zwei vorgegebene Zahlen dürfen durchaus zum selben Gebiet gehören. Es kann auch Gebiete geben, die keine vorgegebene Zahl enthalten.

Beispiel



3			5	
	1			2
	4		2	
4			3	
	4			4

3				5
	3		1	
1		3		2
	5		3	
5		1		

#### Zum Zuhause rechnen:

##### 1. Gleichung lösen in $\mathbb{N}$

Welche natürlichen Lösungen hat die Gleichung  $9x + 11y = 396$ ?

##### 2. Das Hotel Seltsam

Im Hotel Seltsam gibt es einige Merkwürdigkeiten. Auf 20 Etagen wohnen die Gäste, wobei die 10 unteren Etagen den „würdigen Weisen“, die 10 oberen den „lausigen Lügner“ vorbehalten sind. Auch der Lift hat sich der merkwürdigen Belegung angepasst:

- Drückt man in einer der 10 Etagen der „würdigen Weisen“ auf eine gewünschte Etage, reagiert er fehlerlos.
- Drückt man in einer der 10 Etagen der „lausigen Lügner“, so kann man durch die Wahl der Etage zwar bestimmen, ob man in der Hälfte der „würdigen Weisen“ oder in der Hälfte der „lausigen Lügner“ landet, man weiss jedoch nicht, in welcher der jeweiligen 10 Etagen. Einzige Gewissheit: Der Lift hält nie da, wo er startet.

Das Zimmermädchen Lissy Flink muss in allen Zimmern für Ordnung sorgen. Sie beginnt in der untersten der 20 Etagen und muss, da Sie einen großen Wagen transportieren muss, zu jeder Etage mit dem Lift fahren. Wie viele Fahrten mit dem Lift sind bei optimaler Planung höchstens erforderlich, wenn Lissy Flink nach dem Reinigen aller Zimmer wieder in der untersten Etage ankommen soll?