

Aufgaben zum Zirkel am 29.1.2015

1. Zum Warmmachen: Fünf Damen

Auf den Feldern des kleinen 5×5 -Schachbretts sind fünf Damen unterzubringen. Die eingetragenen Zahlen geben die Anzahl der Damen an, die dieses Feld bedrohen sollen. Auf den Feldern mit den Zahlen selbst dürfen keine Damen stehen.

Eine Dame bedroht alle Felder, die sie senkrecht, waagerecht und diagonal erreichen kann. Steht jedoch eine andere Dame in einer Schlag-Richtung im Weg, so sind die dahinter liegenden Felder nicht bedroht.

| | | | | |
|---|--|---|--|---|
| 3 | | | | |
| | | | | 5 |
| | | | | |
| | | | | |
| | | 1 | | |

| | | | | |
|--|---|--|---|---|
| | | | 5 | |
| | | | | |
| | | | | 3 |
| | 1 | | | |
| | | | | |

| | | | | |
|---|---|---|--|--|
| 1 | 1 | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | 0 | | |

2. Ordnung gefragt!

(a) Sei r eine rationale Zahl mit $r > 2$. Ordne die folgenden Zahlen der Größe nach:

$$r^4 \quad \frac{2}{3} \quad \frac{1}{r^2} \quad r \quad -r^2 \quad \sqrt{r} \quad -r^3 \quad \frac{1}{r^3} \quad 1 \quad -\frac{1}{r} \quad r(r+1) \quad -\frac{12}{7} \quad r^2 \quad \frac{1}{r}$$

(b) Wie in (a) sei $r > 2$. An welche Stelle in (a) gehört die Zahl $4 \cdot r$?

(c) Welche Bedingungen muss die rationale Zahl s erfüllen, damit die folgenden Zahlen der Größe nach geordnet sind?

$$-s^4 \quad s \quad \frac{1}{s} \quad -\frac{1}{s^2} \quad s^2 \quad 64 \quad -s^3$$

(Links steht die kleinste Zahl und keine zwei Zahlen in der Reihe sind gleich.)

3. Gerech geteilt

Beweis: Die Seitenhalbierenden eines jeden Dreiecks zerlegen das Dreieck in 6 flächengleiche Dreiecke.

4. Gleichungen die Dritte

Bestimme die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen.

(a) $2 \cdot (x - 5) + 6x = 3 \cdot (4 - x)$

(b) $\frac{x}{5} = \frac{126 - x}{2}$

(c) $\frac{x + 3}{20} + \frac{x + 5}{15} + \frac{8x - 29}{60} = \frac{x}{4}$

(d) $(5 + x)(4x - 2) = (2x + 1)(2x - 1)$

(e) $\frac{10}{4x - 4} - \frac{5}{2x + 2} = 0$

(f) $\frac{10}{4x + 4} - \frac{5}{2x + 2} = 0$

5. Verwegen gewogen II

Fünf Mädchen bereiten sich in einem Trainingslager auf einen wichtigen Mannschaftswettbewerb im Judo vor, bei dem sie alle in derselben Gewichtsklasse starten sollen. Am Ende der Trainingswoche stellt der Trainer beim Wiegen fest, dass drei der Mädchen dasselbe Gewicht haben und die beiden anderen zwar ein anderes, aber auch untereinander dasselbe. Da der Trainer ihnen nicht gesagt hat, wer zur Dreier- und wer zur Zweiergruppe gehört, beschließen die Mädchen, das an einer Wippe herauszubekommen. „Das lässt sich mit nur dreimal Wippen auf jeden Fall entscheiden.“, behauptet Chantal, das Matheass der Judogruppe. Stimmt das?

Ich wünsche euch schöne Winterferien!

Wir sehen uns am 12.2. wieder!