

## Aufgaben zum Zirkel am 9.10.2014

### 1. Dreiecke basteln

Konstruiere mit Zirkel, Lineal und Winkelmesser ein Dreieck  $\triangle ABC$  mit

- (a)  $|\overline{AC}| = 65\text{mm}$ ,  $|\overline{AB}| = 63\text{mm}$ ,  $\beta = 60^\circ$
- (b)  $|\overline{AC}| = 44\text{mm}$ ,  $h_c = 40\text{mm}$ ,  $\gamma = 80^\circ$
- (c)  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$ ,  $h_c = 43\text{mm}$
- (d)  $\overline{AC} = 65\text{mm}$ ,  $\overline{AB} = 63\text{mm}$ ,  $\beta = 60^\circ$

Gib jeweils eine Konstruktionsbeschreibung an. Ist die Konstruktion eindeutig, oder kann es zwei oder mehr verschiedene Dreiecke geben, die die angegebenen Maße haben?

### 2. Die Kongruenzsätze

Zwei Dreiecke heißen *kongruent*, wenn sie deckungsgleich sind – der Mathematiker präzisiert das dadurch, dass sie sich durch Verschiebungen, Spiegelungen und/oder Drehungen aufeinander abbilden lassen. Dreiecke, die in allen Winkeln und allen Längen übereinstimmen, sind kongruent. Es reicht aber auch oft schon weniger (z.B wenn zwei Dreiecke drei jeweils gleich lange Seiten haben), und dann weiß man: Die übrigen Größen in den beiden Dreiecken müssen auch gleich sein (also im Beispiel alle eingeschlossenen Winkel übereinstimmen)!

Untersuche: Sind zwei Dreiecke kongruent (deckungsgleich), wenn man weiß, dass sie in den folgenden Größen übereinstimmen?

- (a) Zwei Seitenlängen
- (b) Zwei Seitenlängen und ein Winkel
- (c) Drei Winkel
- (d) Eine Seitenlänge, zwei Winkel

### 3. Ein Parallelogramm – was ist das eigentlich?

Haben wir doch gerade gesehen! Ein Viereck mit parallelen gegenüberliegenden Seiten! Oder... ein Viereck mit gleichlangen gegenüberliegenden Seiten. Oder...

- (a) Beweise, dass ein Viereck **genau dann** ein Parallelogramm ist, wenn sich seine Diagonalen halbieren.
- (b) Beweise, dass ein Viereck **genau dann** ein Parallelogramm ist, wenn gegenüberliegende Innenwinkel jeweils gleich sind.

## Zum Überlegen für Zuhause:

### 1. Zwei gleiche Seiten bringen viel!

Wir wollen schauen, was alles aus der Tatsache folgt, dass ein Dreieck gleichschenkelig ist. Sei also  $D$  ein gleichschenkliges Dreieck.

- (a) Zeige: Mindestens zwei Winkel im Dreieck  $D$  sind gleich.
- (b) Zeige: Eine der Seitenhalbierenden in  $D$  fällt mit einer Höhe in  $D$  zusammen.
- (c) Zeige: Eine der Winkelhalbierenden in  $D$  fällt mit einer Höhe in  $D$  zusammen.
- (d) Formuliere jeweils die Umkehrungen der in a) und b) bewiesenen Sätze. Gelten diese auch?

### 2. Wer Alpha sagt, kann auch Beta sagen! (MO-Aufgabe)

530733

Betrachtet werden ein Dreieck  $ABC$  und Punkte  $D$  und  $E$  mit folgenden Eigenschaften:

- (1) Die Punkte  $D$  und  $E$  liegen auf der Dreiecksseite  $\overline{AB}$  derart, dass  $E$  zwischen  $B$  und  $D$  liegt.
  - (2) Die Größe  $\alpha$  des Winkels  $BAC$  ist kleiner als  $45^\circ$ .
  - (3) Der Winkel  $BEC$  ist dreimal so groß wie der Winkel  $BAC$ .
  - (4) Die Winkel  $ACE$  und  $BDC$  sind gleich groß.
  - (5) Die Strecken  $\overline{BC}$  und  $\overline{BD}$  sind gleich lang.
- a) Ermittle unter diesen Voraussetzungen die Größe  $\beta$  des Winkels  $CBA$  in Abhängigkeit von  $\alpha$ .
  - b) Untersuche, für welche Werte von  $\alpha$  das Dreieck  $ABC$  rechtwinklig ist.